



جامعة تشرين  
كلية الهندسة المدنية  
قسم الهندسة الإنشائية

مساهمة في دراسة استقرار طبقات التغطية المعدنية المستوية أو شبه المستوية  
للعناصر السندويشيّة ذات نواة من مادة البوليوإيثان /PUR/

رسالة أعدت لنيل درجة الماجستير في الهندسة المدنية  
اختصاص هندسة انشائية

إعداد

المهندس جلال محمد عمران

المشرف المشارك  
د. غسان شيخ علي

المشرف العلمي  
د. أكرم صقور

Tishreen University  
Civil Engineering College  
Structural Department



## **A Contribution in studying the stability of the flat and lightly profiled faces of polyurethane cored sandwich panel**

A Thesis Prepared to Acquire Master Degree in  
Structural Engineering

Submitted By  
C.E. Jalal Mohammad Omran

Supervisor  
Dr. Akram Sakkour  
Dr. Ghasan Sheikh Ali

2013-2014

قدمت هذه الرسالة استكمالاً لمتطلبات نيل درجة الماجستير في قسم الهندسة الإنشائية في كلية الهندسة المدنية في جامعة تشرين.

This thesis has been submitted as a partial fulfillment of the requirement for the degree of Master in Structural Engineering at the Faculty of Civil Engineering, Tishreen University.

## "تصريح"

أصرح بأن هذا البحث " مساهمة في دراسة استقرار طبقات التغطية المعدنية المستوية أو شبه المستوية للعناصر السندويشية ذات نواة من مادة البوليوريثان /PUR/ " لم يسبق أن قُبل للحصول على شهادة، ولا هو مقدم حالياً للحصول على شهادة أخرى.

اسم المرشح  
المهندس جلال محمد عمران



تاريخ

## "DECLARATION"

This is to declare that, this work " **A Contribution in studying the stability of the flat and lightly profiled faces of polyurethane cored sandwich panel** "has not been being submitted concurrently for any other degree.

Candidate name  
Eng. Jalal Mohammad Omran



Date :

نوقشت رسالة الماجستير بعنوان: "مساهمة في دراسة استقرار طبقات التغطية المعدنية المستوية أو شبه المستوية للعناصر المنفوشية ذات نواة من مادة البوليوريثان /PUR/" بتاريخ 2013/12/22 وأجيزت. وقد قام المهندس جلال محمد عمران بإجراء كافة التعديلات المطلوبة من لجنة الحكم.

لجنة الحكم:

الدكتور غاندي ججاج



الأستاذ في قسم الهندسة الإنشائية بكلية الهندسة المدنية في جامعة تشرين

الدكتور أكرم صفور



الأستاذ المساعد في قسم الهندسة الإنشائية بكلية الهندسة المدنية في جامعة تشرين

الدكتور غاندي لوهو



المدرس في قسم الهندسة الإنشائية بكلية الهندسة المدنية في جامعة تشرين

\* شهادة \*

نشهد بأن هذا العمل الموصوف في هذه الرسالة " مساهمة في دراسة استقرار طبقات التغطية المعدنية المستوية أو شبه المستوية للعناصر السندويشية ذات نواة من مادة البوليوريثان /PUR/ " هو نتيجة بحث علمي قام به المرشح السيد المهندس جلال محمد عمران بإشراف الدكتور المهندس أكرم صفور ( استاذ مساعد بقسم الهندسة الانشائية، كلية الهندسة المدنية بجامعة تشرين، اللاذقية، سورية) والدكتور غسان شيخ علي( استاذ مساعد بقسم الهندسة الانشائية، كلية الهندسة المدنية بجامعة تشرين، اللاذقية، سورية)، وإن أي مرجع ورد في هذه الرسالة موثق في النص.

بإشراف  
د.م. غسان شيخ علي  
د.م. أكرم صفور  
المرشح  
د.م. جلال محمد عمران  
تاريخ / / 2014

CERTIFICATION

It is hereby certified that, The word described in thesis "A Contribution in studying the stability of the flat and lightly profiled faces of polyurethane cored sandwich panel " is the results of Eng.Jalal Mohammad Omran own investigations under the supervision of Dr. Eng. Akram Sakkour (Assistant Prof. in Structural Engineering Department – Civil Engineering Faculty– Lattakia University–Syria) and Dr. Eng. Ghasan Sheikh Ali(Assistant Prof. in Structural Engineering Department – Civil Engineering Faculty– Lattakia University–Syria), and any reference of other researches word has been duly acknowledged in the text.

Candidate  
Eng. Jalal Mohammad Omran  
Supervisors  
Dr. Eng. Akram Sakkour  
Dr. Eng. Ghasan Sheikh Ali  
Date / / 2014

جامعة تشرين  
كلية الآداب والعلوم الإنسانية  
قسم اللغة العربية

السيد الدكتور عميد كلية الهندسة بمدينة

بجامعة تشرين

عملاً بقرار مجلس قسم اللغة العربية رقم / ٥٨٠ / تاريخ ١٠ / ١٠ / ٢٠١٣ المتضمن

مدققاً لغوياً لرسالة الماجستير لمؤلفها الطالب **جلال عمارة**

وهي بعنوان ( **مساهمة في دراسة استقرار طبقات التربة الممددة المستوية**  
**أورثية المستوية للمناصير الصخرية ذات نواة صلبة مادة البوليوريتان**

وتم تصويب الرسالة وتدقيقها بعد المناقشة النهائية ، كما تم الالتزام بملاحظات المدقق اللغوي  
أصولاً

وتفضلوا بقبول الاحترام

اسم المدقق وتوقيعه

**ميساد محمد ماضي**

عميد كلية الآداب والعلوم الإنسانية

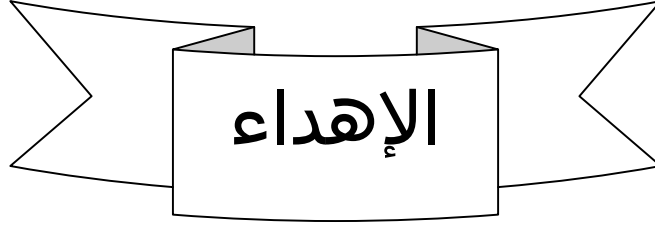
الدكتور يوسف جابر

رئيس قسم اللغة العربية

الدكتور **عبد الرحمن محمد**







إلى صاحبة الفضل في فخري الأبدي باتتمائي لراها  
إلى التاريخ الحضاري الكبير الذي أغنى ثقافتنا وشجعنا على التعلم والتفوق  
إلى العاتية عن السقوط، سنديانة المجد الراسخة الجذور  
إلى الأرض التي لا تستطيع الانسلاخ عنها

## وطني الغالي سوريا

إلى من كان لنا الأب ولازلنا نبكيه حتى الآن  
إلى باني المجد والقلعة الشامخة  
إلى من اشتاق إلى جسده الطاهر ثرا الغالية سوريا فلما الغياب وبقي حاضرا في الألباب  
إلى من فضله علينا للأبد

## الوالد الخالد حافظ الأسد

إلى من حمل الأمانة وسار على درب الشرف  
إلى حامل هموم الوطن  
إليك يا قائدنا، نقدم علمنا وولائنا

## الرئيس الدكتور بشار حافظ الأسد

إليكم يا أسيادي، إلى جراحكم، آلامكم، أحلامكم الضائعة، سنين حياتكم التي خسرتها،  
إلى تعبكم، فرحكم، خوفكم، حزنكم..... أملككم

## أخوتي وأسيادي رجال الجيش العربي السوري

ولابد من أن أتقدم بكثير من الشكر والامتنان إلى جميع أساتذتي الأفاضل في كلية الهندسة المدنية في جامعة تشرين، وبخاصة كل من:

### **الدكتور المهندس أكرم صقور**

الذي تفضل بالإشراف على هذا البحث، فكان نعم السند ونعم المعين، وشرفني بالجلوس معه، والاستفادة من علمه، وصبر على جهلي، وثابر في تعليمي، فكان الأستاذ والأخ والناصح والموجه والمعلم.

### **والدكتور غسان شيخ علي**

الذي أغنى البحث بأفكاره، وقدم خلاصة علومه بكل جود وكرم.

وأشكر كل من السيدين الأستاذ الدكتور المهندس غاندي ججاج والدكتور المهندس غاندي لוחو، أعضاء لجنة الحكم على الرسالة للجهد الكبير الذي بذلاه في تقييمها، وعلى ملاحظاتهم القيمة التي أغنيتها.

وأيضاً لا بدّ من شكر كل من الأستاذين سمير مصطفى وراجي صبوح على المساعدة القيمة التي قدماها خلال إجراء التجارب في مخبر تجريب المواد في كلية الهندسة المدنية.

إلى الإنسان الذي أجد عنده ذاتي، إلى مصدر فخري وكبريائي  
إلى الشمس التي تنور حياتي، وبدفعي بابتسامته إلى الأمام.

**والدي العزيز الصحفي محمد عمران**

إلى من خجل العطاء من كرمها، ومن تهوّن الصعاب بتشجيعها، معلمتي وملهمتي.

**أمي الغالية نجاح داؤد**

إلى من أجد في عيونهم كل التقدير والاحترام، إلى أخوتي وأصدقائي والبيئة التي منها  
أصبحت ما أنا عليه.

**أخوتي م.هلال - ليال - أشرف**

إلى شريكة عمري وسكينة روحي، مالكة قلبي، صديقتي، حبيبتي، ملاكي، وكل شيء جميل  
في حياتي.

**الدكتورة زينه عبد الكريم استانبولي**

إلى عائلتي الثانية التي أكبرت فيّ ثقافة النجاح والتفوق، وكانوا نعم الأهل والسند.

**عائلة الأستاذ عبد الكريم استانبولي وزوجته المدرسة صونيا خضر وكريمتها ريما**

إلى أخوتي في الإنسانية، رفاق الدرب، السند وقت الشدائد، والشركاء في الأفراح،  
والمعزين في الأثر.

**أصدقائي**

## ملخص البحث:

يتنوع استخدام العناصر السندويشية في المنشآت الهندسية بتنوع وظائفها وخصائصها الفيزيائية والميكانيكية. من هذه العناصر المستخدمة بكثرة تلك المكوّنة من ألواح بطبقتي تغطية معدنيتين مستويتين أو شبه مستويتين ونواة من مادة البوليفوريتان.

يتطلب إجراء التحليل الإنشائي لمثل هذه العناصر، ودراسة سلوكها توفر معطيات كافية بالخصائص الفيزيائية والميكانيكية لمواد مكوناتها، التي ترتبط بالدرجة الأولى بجودة ومواصفات المنتج المحلي لكل بلد. يتم إنتاج مثل هذه الألواح السندويشية في بلدنا بنواة من مادة البوليفوريتان، أيضاً، لتستخدم غالباً كعناصر حاملة دون توفر قيم التعريف الضرورية بالخصائص الفيزيائية والميكانيكية لموادها التي تمكننا من تطبيق نظام حساب إنشائي لها وفقاً لنظام التحميل المؤثر عليها، بما يتوافق ومتطلبات النظريات، أو النظم والقوانين الإنشائية المتداولة عالمياً على هذا الصعيد.

لذلك، يتضمن هذا البحث جوهرياً إسهاماً مباشراً في التحديد تجريبياً لهذه المواصفات الميكانيكية المتمثلة خصوصاً بمعاملات مرونة مادة النواة للعناصر المنتجة لدينا في بعض مصانعنا المحلية، والاستنتاج بموجب ذلك لمعامل التباين العام بين النظريات التحليلية المرجعية لصيغة إجهاد التجعيد الحرج لطبقة التغطية لمثل هذه العناصر بموجب فرضيات النمذجة المعتمدة للدراسة، حيث تبين لنا أن أغلب هذه الصيغ قد تباينت فيما بينها بالمعامل  $\alpha$  في الصيغة العامة الآتية المتداولة للإجهاد الحرج الحسابي لطبقة التغطية:

$$\sigma_{cr} = \alpha \sqrt[3]{E_f E_c G_c}$$

لقد خلصنا في ختام البحث إلى أهم النتائج التي تم التوصل إليها في هذا المنحى، والتوصيات الجوهرية بجوانب الاهتمام الضرورية للأبحاث اللاحقة في هذا المجال.

**كلمات مفتاحية:** ألواح العناصر السندويشية، طبقة التغطية المستوية، نواة البوليفوريتان، إجهاد التجعيد الحرج.

## **Abstract**

Use of Sandwich panels in Structures varies according to its functions and physical and mechanical properties. Such panels, that are widely used, contain two flat (or semi flat) metallic covers with a core of polyurethane.

To perform the structural analysis and study the behavior of such panels, mechanical and physical properties of the components should be available. Availability of these properties basically depends on local production quality of each country. In our country, such sandwich panels are produced with a core of polyurethane to be used as bearing elements, where the basic data of its components physical and mechanical properties, which help us to apply a defined structural analysis method according to the applied load and that is compatible with theories and structural laws, are not available.

Accordingly, this research basically includes a direct contribution in experimental defining of these mechanical properties demonstrated by elasticity modulus of the core material for panels produced by some local factories, and then in the conclusion of the variance general coefficient between the referential analytical theories of the cover critical wrinkling stress formula according to the accredited modeling assumptions in the study, and we found that most of these formulas varied in the coefficient  $\alpha$  in the following common general formula for the cover mathematical critical stress :

$$\sigma_{cr} = \alpha \sqrt[3]{E_f E_c G_c}$$

At the end of this research, we obtained the most important results regarding this subject. Furthermore, we suggested essential recommendations to continue the important researches in this field.

**Keywords:** Sandwich Panels, Flat Cover, Polyurethane Core, Critical Wrinkling Stress.

## \* جدول المحتويات \*

3	مقدمة:	المقدمة
4	عرض المشكلة:	
4	هدف البحث:	
4	محتويات الأطروحة والبحث:	
7	1-1- التكوين الهندسي العام للعنصر السندويشي:	الفصل الأول
8	2-1- إنتاج العناصر السندويشية:	
10	3-1- الألواح الرغوية:	
10	1-3-1- تعريف:	
10	2-3-1- تطبيقات الألواح الرغوية:	
10	3-3-1- أنواع الألواح الرغوية:	
10	4-1- الخصائص الفيزيائية والميكانيكية للعناصر السندويشية بطبقات التغطية المعدنية:	
11	5-1- تصنيف العناصر السندويشية حسب شكل طبقات التغطية:	
12	6-1- خصوصيات الشكل الهندسي:	
14	1-2- التصنيف الإنشائي المعتمد في نظريات العناصر السندويشية وأشكال انهيئتها:	
16	2-2- تصنيف نظريات التحليل للألواح السندويشية:	
21	3-2- تطور الأبحاث العلمية العامة لبنية العنصر السندويشي:	
27	4-2- دراسة تجعيد طبقات التغطية في الأبحاث المرجعية:	
30	1-4-2- طريقة الطاقة:	
36	1-1-4-2- التجعد الناتج عن التثني لطبقات التغطية المستوية للعناصر السندويشية:	
40	2-4-2- الطريقة التحليلية:	

48	1-3-1- مقدمة:	الفصل الثالث
48	2-3- تجارب تحديد قيمة إجهاد التجهيد:	
48	1-2-3- تحضير التجربة:	
52	2-2-3- النتائج التجريبية للعينات المجربة:	
64	3-3- تجارب تحديد معامل القص العرضاني:	
64	1-3-3- تحضير التجربة:	
74	4-3- مقاومة الضغط، ومعاملات المرونة لمادة النواة:	
74	1-4-3- تحضير التجربة:	
80	5-3- حساب قيمة المعامل $\alpha$ لعلاقة الإجهاد الحرج:	الفصل الرابع
82	1-4- النتائج:	
83	2-4- التوصيات:	المراجع:
84		
89		الملحق:

## مقدمة:

لقد تعددت المتطلبات من العناصر الإنشائية لتحقيق الأغراض التكنولوجية والإنشائية المختلفة، الأمر الذي جعل استخدام عناصر متعددة المواد أمراً ملحاً لتلبية هذه المتطلبات المختلفة في كثير من الأحيان.

لذلك كان من الضروري جمع مواد متعدّدة لتكوين عنصر مركّب يستثمر في تركيبته الخصائص الفيزيائية والميكانيكية المميزة للمواد المكونة له، لتلبية المتطلبات الوظيفية المختلفة المتناسبة مع احتياجات الأبنية، ودروع الحرارة، والمركبات البرية، والبحرية، والفضائية، وغيرها.

من هنا، جاء الاهتمام منذ عقود خلت بتنوع وظائف العناصر السندويشية، والمسماة أحياناً بالعناصر الخفيفة متعددة الطبقات، ليتلاءم استخدامها مع احتياجات الأبنية الصناعية، الزراعية، العامة وسواها، وذلك بسبب الخصائص الميكانيكية، والفيزيائية المختلفة لمكوناتها، التي تتحد مع بعضها بعضاً لتشكل الألواح السندويشية ذات خصائص التحمل الميكانيكي العالي، والملبية للمتطلبات الفيزيائية لاستخدام المنشأ استخداماً مميزاً.

خلال مسيرة تطور هذه العناصر، استخدمت مواد أولية متنوعة في إنتاجها لتلائم الوظيفة المطلوبة. ومن هذه العناصر السندويشية المستخدمة بكثرة في مجال الهندسة المدنية تلك المؤلفة من طبقتي تغطية معدنية ونواة من مادة البوليوريثان polyurethane والمنتجة في المصانع كعناصر جاهزة وبالاطوال المطلوبة.

إنّ الاختلافات في الدراسات المنشورة عن الألواح السندويشية تتلخص بكونها إما أكاديمية جداً، وإما متباينة التداول عبر وجهات النظر المختلفة، مما دفع كثرة من الباحثين إلى محاولة العمل على ترجمة واستثمار ذلك بصيغ رياضية مناسبة تساعد على تصميم الألواح السندويشية، إذ تضمنت دراساتهم نماذجاً وتمثيل شامل للمواصفات المثالية للمادة، وللنظريات القائمة، وطرق التصميم، ونتائج الأبحاث، ومن الملاحظ أن هذه الدراسات كانت مقيدة باستراتيجيات تتلخص بالاهتمام بمنتجات بلدانهم خصوصاً.

إنّ توحيد النظريات المتوافرة حول آلية عمل وسلوك مثل هذه العناصر السندويشية ما زال مصطدماً ببعض الصعوبات حتى الآن، وذلك بسبب تعدد نتائجها باختلاف مصادرها من جهة، وتباين فرضيات النمذجة المستخدمة من قبل الباحثين لوصف سلوك هذه العناصر بما يتلاءم ومجالات تطبيقها من جهة أخرى.

يجري في مصانعنا المحلية منذ مدة إنتاج العناصر السندويشية المحتوية على نواة من مادة البوليوريثان، وذلك لاستخدامها في مجالات الهندسة المدنية وسواها، دون أن تتوفر دراسات كافية عن خصائصها وسلوكها ومقاومتها، وبالتالي حسابها وتصميمها واستغلال طاقة تحملها بشكله الأمثل والأمين بالاستناد إلى أسس الدراسات والفرضيات أو النظريات الأساسية المنجزة عالمياً في البلدان المصنعة لها على الأقل.

من هنا جاء اهتمامنا بالإسهام في إجراء ما يمكن من مثل هذه الدراسات المحلية لدينا، والتي تساعد على تحديد هذه المعطيات الضرورية لاستثمارها في عملية التحليل الإنشائي للجمل المكونة من مثل هذه العناصر السندويشية من جهة، ولتمثل القاعدة الأساس للبيانات المحلية التي يمكن البناء عليها عند نضوج نظريات عالمية موحدة لنتائج الدراسات القائمة في هذا المجال.



## عرض المشكلة:

يقوم التحليل التوازني والمستقر لوصف سلوك العناصر والجمل الإنشائية ومكوناتها، كما هو معروف، على أسس ونظريات عامة مبنية على توافر خصائص هندسية، وفيزيائية، وميكانيكية معينة للمقاطع والمواد المكونة لها.

وهذا يعني أن تحقيق شروط هذا التحليل يمكن أن يتباين بتباين هذه الخصائص الفيزيائية والميكانيكية، التي يمكن أن ترتبط عملياً ببنية المواد وطريقة إنتاجها.

هذا الأمر يحتم علينا كباحثين أن نأخذ في الحسبان تأثير هذا التباين على الصيغ النهائية التصميمية لهذه العناصر الإنشائية.

ومن أهم هذه العناصر التي يمكن أن تخضع لمثل هذه التباينات، العناصر السندويشية الرقيقة بطبقات تغطيتها، والمحشوة بنواة من مواد رغوية ومنها البوليوريثان، والتي تؤثر تأثيراً حاسماً على آلية سلوك وانحياز العنصر السندويشي.

لقد تبين لنا من خلال الدراسات المرجعية أن الانحياز الأكثر شيوعاً للعناصر السندويشية ذات طبقات التغطية المعدنية المستوية أو شبه المستوية ناتج عن حدوث حالة التجعيد لهذه الطبقات المسبب لانفصالها عن النواة الرابطة بينها، مما يفقد اللوح السندويشي خصائصه المتمثلة بكونه مقطعاً مركباً يؤدي عملاً مشتركاً لمكوناته.

لقد بنت بعض الأبحاث المنجزة في هذا المنحى نتائجها وتوصياتها إلى حد كبير على وقائع تجريبية لمنتجات بلدان الباحثين، لذا اختلفت هذه النتائج باختلاف بارامترات الدراسة المتعلقة بالتركيب البنيوي المحلي للعنصر السندويشي المدروس، الأمر الذي يتطلب منّا أيضاً إجراء مثل هذه الدراسات المتخصصة على المنتجات المصنعة محلياً، والمستخدمة في المنشآت المختلفة لدينا.

## هدف البحث:

يهدف هذا البحث إلى التعريف بالخصائص الفيزيائية والميكانيكية لمكونات العناصر السندويشية ذات طبقات التغطية المعدنية المستوية أو شبه المستوية المحتوية على نواة من مادة البوليوريثان، والمنتجة محلياً، واستثمار هذه الخصائص كبارامترات أساسية في إجراء دراسة تجريبية على هذه العناصر تمكّن من استنتاج المعامل  $\alpha$  لتحديد صيغة إجهاد التجعيد الحدي لطبقات التغطية للعنصر السندويشي المعطى بموجب الدراسات والأبحاث

$$\sigma_{wr} = \alpha \sqrt[3]{E_f E_c G_c} \quad \text{المختلفة بالعلاقة العامة الآتية:}$$

ليصار عندئذ إلى استخلاص النتائج والتوصيات التي تمكن من الاستثمار الأمين، والمناسب لمنتجاتنا المحلية من مثل هذه العناصر السندويشية.

## محتويات الأطروحة والبحث:

تضمن الفصل الأول التعريف العام بالعناصر السندويشية وأشكالها، وآلية إنتاجها، والخصائص الفيزيائية والميكانيكية لنوع العناصر السندويشية المستخدم في البحث، وهو ذو نواة من مادة البوليوريثان وطبقات تغطية معدنية مستوية أو شبه مستوية.

أما الفصل الثاني فقد تطرق إلى التصنيف الإنشائي لهذه العناصر السندوية، وأشكال انهيارها، والنظريات المستخدمة في تحليل سلوكها، واشتمل على الدراسة المرجعية للنظريات والأبحاث المتخصصة بانهايار هذه العناصر الناتج عن تجعيد طبقات التغطية لها.

لقد احتوى الفصل الثالث التجارب التي قمنا بها لبلوغ أهداف البحث، ووضّحنا نتائجها في جداول ومخططات بيانية، أسهمت في استنتاج قيمة للمعامل  $\alpha$  الذي يسهم في تحديد صيغة إجهاد التجعيد للعناصر السندوية المحلية المجربة.

واختتمت الرسالة بأهم النتائج التي خلص لها هذا البحث، مع بعض التوصيات الجوهرية لتحسين أداء هذه العناصر السندوية المحلية واستثمارها، بالإضافة إلى الجوانب البحثية المهمة التي يمكن تناولها لاحقاً للإحاطة الأشمل بالسلوك الإنشائي لهذه العناصر طيلة فترة الاستثمار.

# الفصل الأول

التعريف بالعناصر السندويشية للبحث ومكوناتها وخصائصها:

1- الفصل الأول
1-1- التكوين الهندسي العام للعنصر السندويشي:
1-2- إنتاج العناصر السندويشية:
1-3- الألواح الرغوية:
1-3-1- تعريف:
1-3-2- تطبيقات الألواح الرغوية:
1-3-3- أنواع الألواح الرغوية:
1-4- الخصائص الفيزيائية، والميكانيكية للعناصر السندويشية بطبقات التغطية المعدنية:
1-5- تصنيف العناصر السندويشية حسب شكل طبقات التغطية:
1-6- خصائص الشكل الهندسي:

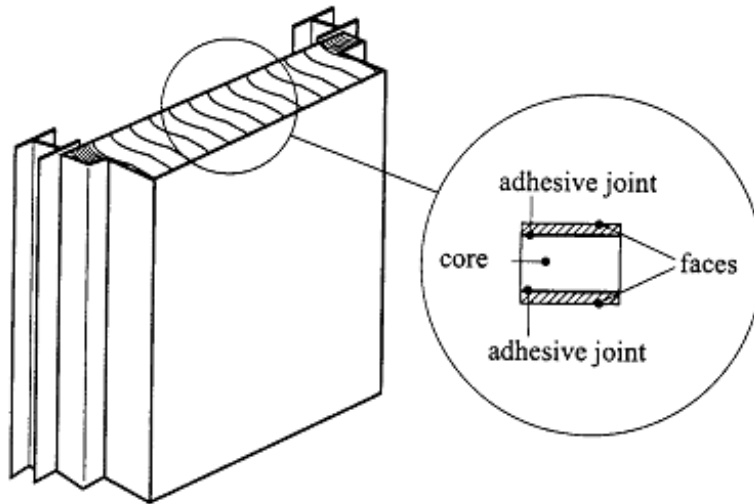
ينكوّن العنصر السندويشي من نواة وطبقتي تغطية وهم مادة بحثنا التجريبي هذا. ويُعدّ استخدام مثل هذه العناصر في الأبحاث الجارية في كلية الهندسة المدنية في جامعة تشرين التجربة الأولى في هذا المجال، لذا وجدنا من المهم التعريف المختصر بالتكوين الأساس لمثل هذه العناصر السندويشية وطرق إنتاجها وخصائصها.

### 1-1- التكوين الهندسي العام للعنصر السندويشي :

يعرّف اللوح السندويشي بأنه عنصر مركب من نواة بمادة خفيفة، وطبقتي تغطية من مواد صلبة تلتصق بالوجهين العلوي، والسفلي وتغلف جانبيه، كما هو موضح في الشكل (1-1).

تستخدم كنواة أنواع مختلفة من المواد، ومنها:

- مواد ذات بنية خلوية شبيهة بأقراص العسل /Honey comb material/.
- مواد ذات بنية متموجة /Corrugated material/.
- الخشب /Wood/.
- لدائن مختلفة /expanded plastics/Foam/.
- الصوف المعدني /Mineral wool/.
- كما أن طبقات التغطية ممكن أن تكون:
- صفائح معدنية رقيقة /Thin metal plates/.
- صفائح بروفائيلية /Profiled plates/.
- مواد مركبة من ألياف ثخينة مقواة /Thick fibre reinforced composite material/.

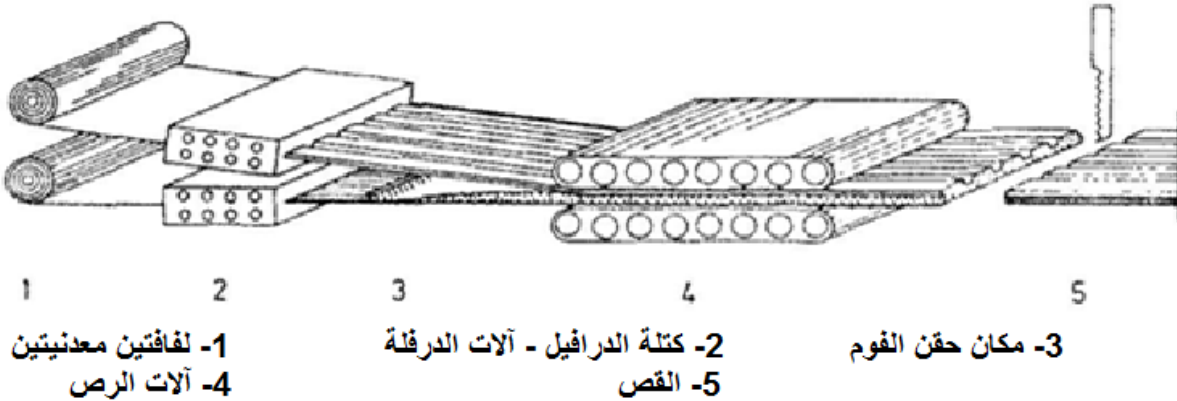


الشكل (1-1) بنية اللوح السندويشي

## 1-2- إنتاج العناصر السندويشية:

يتم إنتاج العناصر السندويشية بالطرق الآتية:

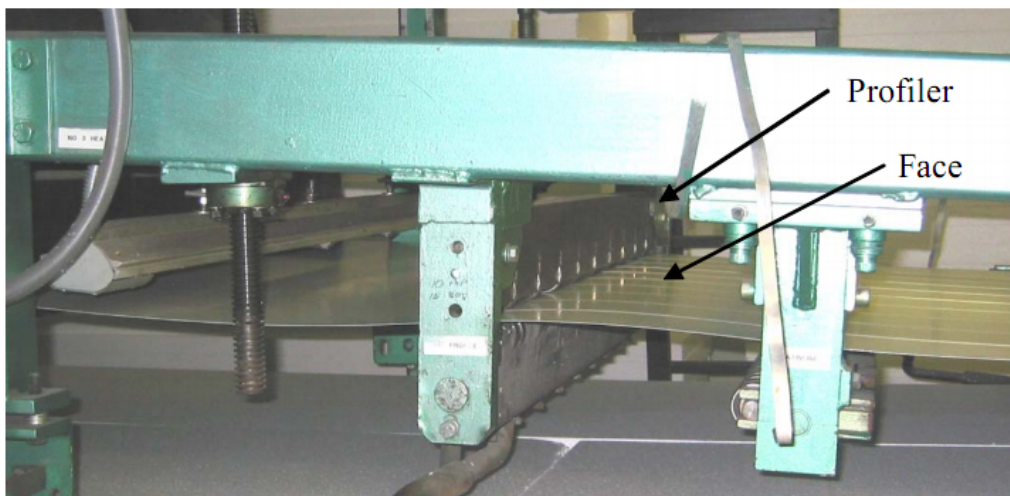
1- الطريقة المستمرة Continuous Process: يتم في هذه الطريقة حقن رغوة مادة النواة بين طبقتي التغطية لتمرر ضمن درافيل الرصّ (قالب) تعمل على تحقيق الالتحام بين العناصر، ثم تتم عملية القص وفق الأطوال المطلوبة، إنّ هذه الطريقة تقدم لنا إنتاجاً سريعاً لهذه العناصر وفق أجود المواصفات، لكنها تتميز بتكلفتها العالية لخط الإنتاج.



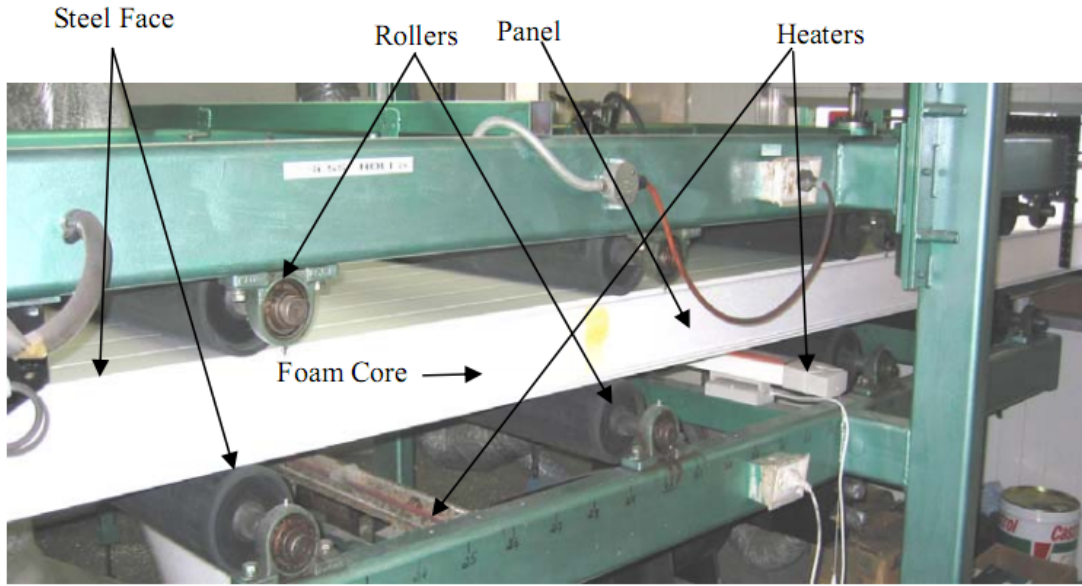
الشكل (1-2) نموذج لتصنيع العناصر السندويشية بالطريقة المستمرة

يبين الشكل (1-2) تمرير الصاجات الملفوفة، والمغلّفة، والمطوية على الدرافيل، وفي أثناء مرورها تحقن مادة البوليوريثان /PUR/ السائلة بين الطبقتين، ويسبب حدوث التفاعل الكيميائي فيها التحامها تلقائياً مع طبقتي التغطية بشكل صلب على القص، يلي ذلك قص اللوح بعد خروجه بالطول المطلوب [1].

كذلك يبين الشكل (1-3) آلات تصنيع العنصر السندويشي ذو طبقات التغطية الشبه مستوية.



(a) Profiling of Steel Face



(b) Sandwich Panel Press Rollers

الشكل (3-1) آلات تصنيع العنصر السندويشي ذو طبقات التغطية شبه المستوية [1]

a: تقليم طبقات التغطية المعدنية

b: درافيل الرّصّ للعناصر السندويشيّة

2- الطريقة المتقطعة في القوالب الأفقية Individual production in horizontal mould: يتم في هذه الطريقة حقن مادة النواة في قوالب لها أبعاد محددة بين طبقتي التغطية المتوضعة أفقياً؛ إذ ترتفع مادة النواة لتملأ الفراغ بين الطبقتين. لكن يعيب هذه الطريقة حدوث عدم التجانس في مادة النواة، وأيضاً عدم التناظر في قيمة الالتصاق بين طبقتي التغطية والنواة.

3- الطريقة المتقطعة في القوالب الشاقولية Individual production in vertical mould: تختلف هذه الطريقة عن سابقتها في كون القوالب تكون شاقولية، مما يجعلنا نتلافى جزءاً من مشاكل القوالب الأفقية.

4- الإنتاج المنفصل لكل من النواة وطبقات التغطية Separate production of cores from face: يتم إنتاج النواة بشكل منفصل وفق الأبعاد المحددة، ثم يتم استخدام لاصق بين النواة وطبقات التغطية للحصول على العنصر المطلوب، تعد هذه الطريقة الأسرع والأقل كلفة، ولكنها تحتاج إلى دقة كبيرة في تأمين الالتصاق للحصول على العمل المشترك بين مكونات العنصر.

**1-3-الألواح الرغوية:****1-3-1-تعريف:**

إن الألواح الرغوية هي بلاطات من الرغوة المحشوة /المتوضعة بين وجهين/ أو طبقتين واللذين بدورهما يتكوّنان من المعدن، أو من ألواح جافة مثل الخشب الرقائقي Plywood، أو من الألواح الرقائقية wafer board إضافة إلى (OSB) oriented strand board.

إن هذه الألواح الرغوية تستخدم بدلا من بعض أجزاء الهيكل في بعض الإنشاءات السكنية، إن الميزة الأهم لها هي أنها تؤمن عزلاً كبيراً للهيكل الخارجي لمسكن ما، إذ إن تركيبها تركيباً صحيحاً يؤمن إحكاماً هوائياً أكثر من أشكال الهياكل الأخرى، مما يمنع ضياع الطاقة صيفاً وشتاءً، إضافة إلى سرعة عملية الإكساء مما يعني توفيراً في الجهد والمال.

**1-3-2-تطبيقات الألواح الرغوية:**

إنّ النوعين الأساسيين للألواح الرغوية هما النوع الإنشائي، والنوع غير الإنشائي، في حال استخدامها في المشاريع السكنية فإن ألواح العزل الإنشائية يمكن أن تزيد من التدعيم الأساسي للمنشأ، فمثلا استخدام ألواح ذات طبقة (OSB) بسماكة 2.5 إنش وبسماكة طبقات تغطية 12.7 ملم هو أمتن بثلاث مرات من جدار مبني من الطوب بسماكة 2.4 إنش .

**1-3-3- أنواع الألواح الرغوية :**

تستخدم الألواح الرغوية نواة عازلة صلبة تصنع من أحد ثلاثة أنواع من اللدائن:

1- expanded polystyrene (EPS).

2- Polyurethane.

3- polyisocyanurate, a polyurethane derivative.

إنّ النوع الأول منتشر انتشاراً كبيراً في الإنشاءات الخشبية بينما النوعين الآخرين يستخدمان في الإنشاءات المعدنية على نحو واسع.

**1-4-الخصائص الفيزيائية والميكانيكية للعناصر السندويشية بطبقات التغطية المعدنية:**

إن هذه العناصر تتمتع بالخصائص الآتية التي ساعدت على انتشارها انتشاراً واسعاً:

1- قدرة تحمل وصلابة عالية على الانعطاف.

2- مجازات واسعة.

3- وزن ذاتي قليل، وبالتالي سهولة عملية النقل والتركيب.

4- إمكانية عالية للعزل الحراري: فعلى سبيل المثال: لأجل عنصر بسماكة 60mm فإن عامل التوصيل الحراري هو  $k=0.32W/m.c$ .

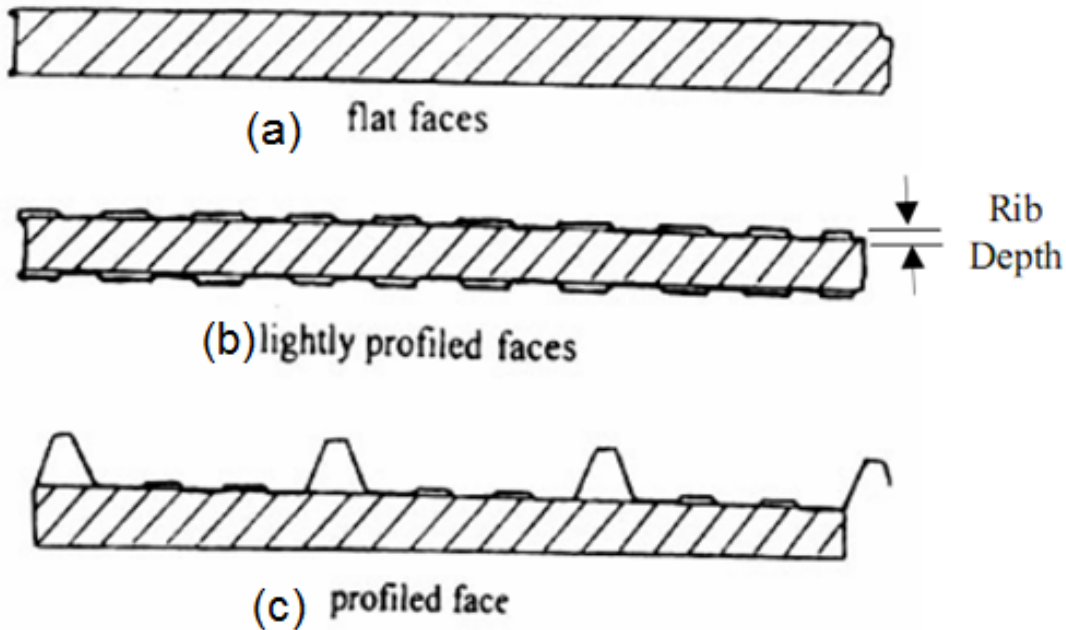
5- عزل صوتي يصل إلى 34dB.

- 6- تتميز بقلة قابليتها على الاشتعال ( class B1- DIN4102 ) .
- 7- كتامتتها ضد تسرب المياه والبخار والغبار، نتيجة وجود طبقات التغطية المعدنية فيها.
- 8- إنتاجها إنتاجاً منتظماً بأبعاد وتكاليف إنتاجية منخفضة.
- 9- سهولة وسرعة تركيبها تركيباً مستقلاً عن الظروف المناخية، مما يسرع في زمن التنفيذ.
- 10- يمكن إعادة فكها بسهولة، ومنه إعادة استخدامها مرّة أخرى.
- 11- تتمتع بتكوين إنشائي متنوع، نتيجة توافر إمكانية استخدام طبقات تغطية بأشكال وألوان مختلفة.

### 1-5- تصنيف العناصر السندويشية حسب شكل طبقات التغطية:

يتم تصنيف العناصر السندويشية كالآتي:

- 1- عناصر سندويشية ذات طبقات تغطية مستوية Flat Faces الشكل (1-4-a).
- 2- عناصر سندويشية ذات طبقات تغطية شبه مستوية Lightly profiled faces الشكل (1-4-b).
- 3- عناصر سندويشية ذات طبقات تغطية غير مستوية Profiled faces الشكل (1-4-c).



الشكل (1-4) أنواع طبقات التغطية المعدنية

- (a): طبقات التغطية المستوية
- (b): طبقات التغطية شبه المستوية (المقلّمة)
- (c): طبقات التغطية غير المستوية

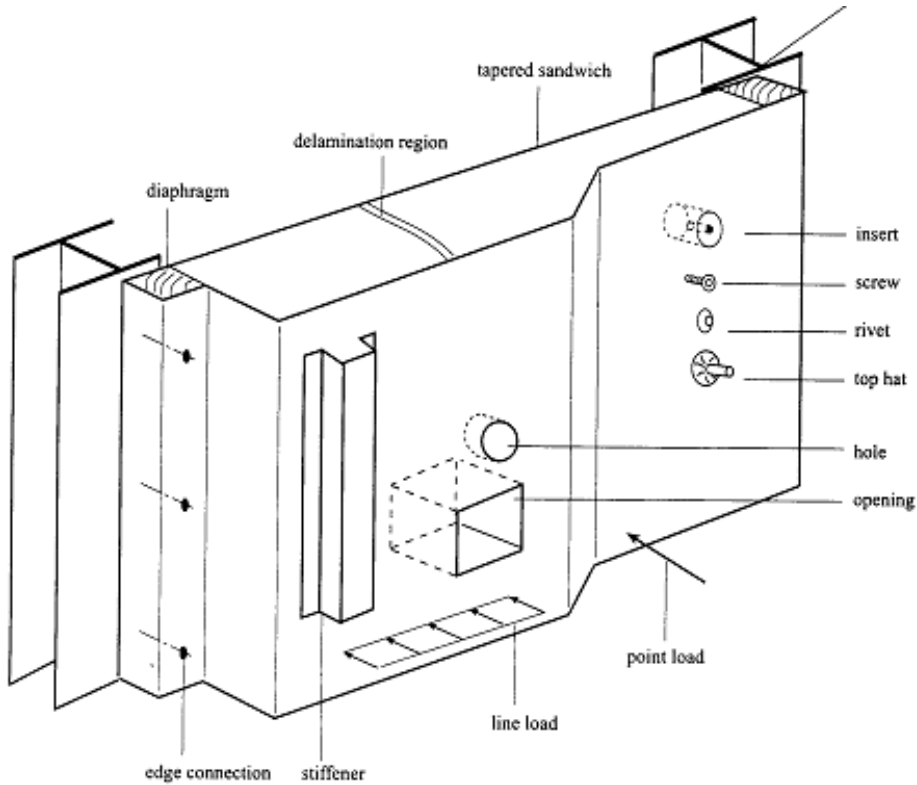


## 1-6- خصوصيات الشكل الهندسي:

تعدُّ خصوصيات الشكل الهندسي أمراً مهماً في تصميم اللوح السندويشي؛ إذ إنّ الحمولات الموضعية والتغيرات الموضعية في الصلابة والمقاومة قد تولد إجهادات وتشوهات إضافية مهمة يجب أخذ تأثيرها في الحسبان عند دراسة حالة الانهيار الموضعي المحتمل. ومن أهم طبيعة هذه المؤثرات الموضحة في الشكل (1-5):

- الحمولات المركزة أو الخطية / Point or Line loads / .
- مناطق المساند / Support regions / .
- مناطق روابط الاتصال / Edge Connection / .
- البراغي والبرايشيم والإدخالات وغيرها / inserts. Screws . rivets. Top hats / .
- الثقوب والفتحات / holes. Openings / .
- عناصر التقوية / stiffeners / .
- الديافرامات / Diaphragms / .
- المناطق ذات الطبقات / delamination regions / .
- التفاوتات في السماكة / tapered sandwich (Varying thickness) / .

من خلال التطبيقات العملية، والدراسات النظرية، بات من المعلوم أنّ تفصيل الوصف الهندسي للخصوصيات الموضعية لها أهمية كبرى، إذ إنّها قد تحدث إجهادات موضعية كبيرة، وتشوهات قد تكون فاصلة في حالات كثيرة، لهذا السبب فإن اهتماماً خاصاً يجب أن يولى بخصوص أشكال الانهيار الموضعي المحتملة.



الشكل (1-5) الخصوصيات الموضعية للشكل الهندسي

# الفصل الثاني

## الدراسة المرجعية:

2- الفصل الثاني:
1-2- التصنيف الإنشائي المعتمد في نظريات العناصر السندويشية وأشكال انهيارها:
2-2- تصنيف نظريات التحليل للألواح السندويشية:
2-3- تطور الأبحاث العلمية العامة لبنية العنصر السندويشي:
2-4- دراسة تجعيد طبقات التغطية في الأبحاث المرجعية:
2-4-1- طريقة الطاقة:
2-4-1-1- التجعد الناتج عن التني لطبقات التغطية المستوية للعناصر السندويشية:
2-4-2- الطريقة التحليلية:

نستعرض في هذا الفصل طرق التصنيف الإنشائي للألواح السندويشية، والنظريات المختلفة المستخدمة في تحليلها، ثم نبين تطور دراستها تاريخياً، ونركز في عرضنا على فكرة تجعيد طبقات التغطية لنوضح آلية الوصول إلى العلاقة الرياضية الناظمة لإجهاد التجعيد الحرج.

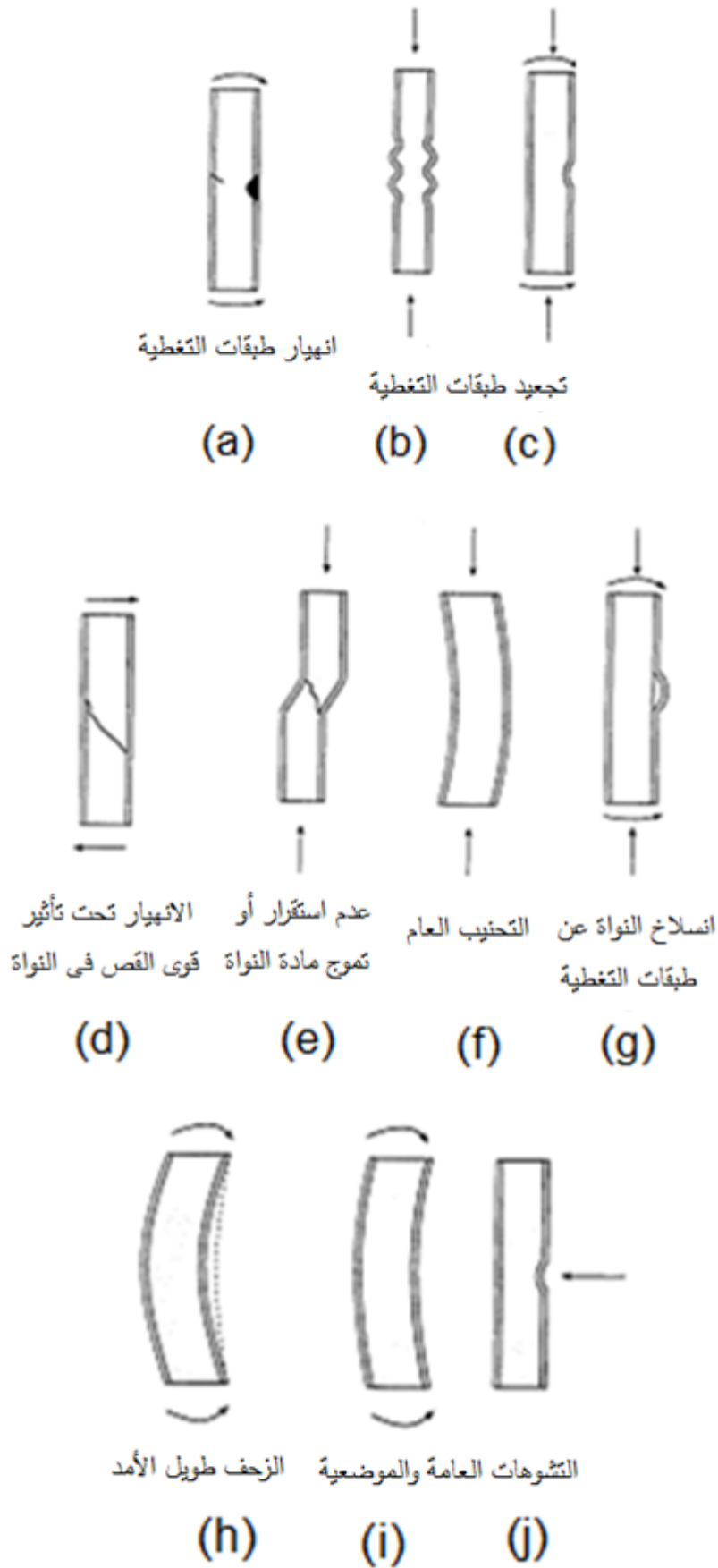
## 2-1- التصنيف الإنشائي المعتمد في نظريات العناصر السندويشية وأشكال انهيارها:

لقد تبين لنا من خلال دراستنا المرجعية لنظريات العناصر السندويشية أن هذه العناصر مصنفة من حيث السلوك الإنشائي إلى:

- الجوائز أو الدعامات السندويشية / Sandwich beams / : إن عدداً كبيراً من النظريات تجسد اللوح السندويشي كجائز أو دعامة؛ إذ تم افتراض أن عرض العنصر السندويشي صغير جداً بالنسبة إلى طوله الواصل بين عناصر الاستناد الواقعة في مستو واحد، إذ يتم وصف سلوك العنصر وفق هذا البعد فقط.
- البلاطات السندويشية / Sandwich plates / : بعض النظريات افترضت أن العنصر السندويشي هو بلاطة، وذلك إذا كان لوح السندويشي عرضاً كبيراً بالنسبة إلى طول المجاز، أو كانت هذه الألواح مسنودة عند جهاتها الأربعة؛ إذ يتم وصف سلوكها عبر الأخذ لعملها في اتجاهي الاستناد.
- القشريات السندويشية / Sandwich Shells / : لقد افترضت بعض النظريات أن العنصر السندويشي هو عنصر قشري غير مستوى، نتيجة انحناؤه باتجاه واحد أو أكثر، إلا أن عدد النظريات التي تتعلق بهذا النوع من الألواح محدود.

استناداً إلى هذا التصنيف، وطبيعة الحملات الاستاتيكية والديناميكية التي يمكن أن تتعرض لها، فقد تبين أن أهم أشكال الانهيار المبينة في الشكل (2-1) هي متمثلة في:

- انهيار طبقات التغطية / Failure of face (yielding or fracture) / الشكل (a-1-2).
  - تجعيد أو (تنقيير) طبقات التغطية / Wrinkling and dimpling of the face / الشكل (b-c-1-2).
  - الانهيار تحت تأثير قوى القص في النواة / shear failure of the core material / الشكل (d-1-2).
  - عدم استقرار أو تموج مادة النواة
  - /shear crimping of core material (instability phenomenon) / الشكل (e-1-2).
  - التحنيب العام / overall buckling / الشكل (f-1-2).
  - انسلاخ النواة عن طبقات التغطية، وهذا له علاقة بآلية الاتصال بين الطبقات
  - /delamination of the interface between the core and face / الشكل (g-1-2).
  - الزحف طويل الأمد / long-term creep / الشكل (h-1-2)
  - التشوهات العامة والموضعية / overall and local deflection / الشكل (i-j-1-2)
- فضلاً عن أشكال الانهيار هذه، هناك إمكانية لحدوث انهيار ناتج عن التعب / fatigue failure / المسبب من الحملات الدورية وتأثيراتها الديناميكية الناجمة من الاهتزاز وحملات الصدم / impact loads / التي يجب أخذها جميعاً في الحسبان.



الشكل (1-2) أشكال الانهيار

## 2-2- تصنيف نظريات التحليل للألواح السندويشية:

التصنيفات المعتمدة في المراجع لنظريات التحليل للألواح السندويشية، لم تعط وصفاً شافياً لسلوك العناصر السندويشية عموماً، وخصوصاً أنّ كلاً منها يعطي وصفاً رياضياً متبايناً لتشوهات اللوح السندويشي، كما أن كل نظرية تفترض نمذجة متباينة لوصف سلوك النواة، وطبقات التغطية، أو الرابطة بينهما، والتي تشترط حالة التشوهات الصغيرة لوصف العلاقة الخطية بين التحليل وتأثيراته.

من أهم التصنيفات المرجعية المعتمدة:

## أ- النظريات الكلاسيكية / Classical theories /:

تفترض هذه النظرية الآتي:

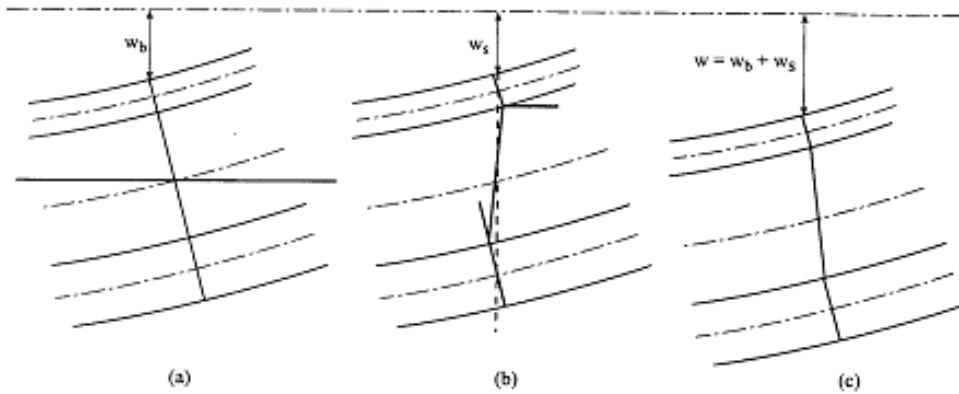
1- لا تحدث مرونة انتقالية تعاكسية لمادة النواة، مما يعني أن تشوه الوجهين العلوي والسفلي مساويان لبعضهما، وهذا ما يعرف بمبدأ اللاتصفح *Antiplan*.

2- إن توزع الانتقالات الطولية على ارتفاع النواة هو توزع خطّي.

إن الانتقال الكلي للوح السندويشي ينقسم إلى قسمين كما هو موضح في الشكل (2-2):

- التشوه الأولي: يسلك اللوح السندويشي سلوك جائز اعتيادي من دون تشوه قصي.
- التشوه الثانوي: تنحني الأوجه حول محورها السليم وتشوه النواة قصياً.

في كثرة من المراجع ومنها [5]-[4]-[3]-[2] تعرض معادلات مختلفة للتعريف بالجوائز السندويشية، وطبقات التغطية، والقشريات في حالة الانحناءات، والتجعد والاهتزاز.



الشكل (2-2) الانتقالات استناداً إلى النظرية الكلاسيكية

a- التشوه الأولي كجائز

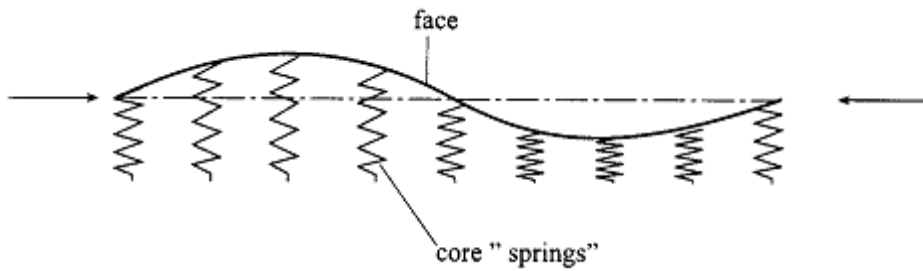
b- التشوه الثانوي بتأثير القص

c- الانتقال الكلي

ب- التقريبات المتتالية / superposition approaches :

لدراسة تأثير الخصوصيات الموضعية للشكل الهندسي قام بعض الباحثين باقتراح ما يسمى "التقريبات المتتالية" يتم في هذه التقريبات توضيح التأثيرات الموضعية الحاصلة للوصول إلى حلّ للنظريات الكلاسيكية واصفة السلوك العام للوح السندويشي.

إن إحدى أولى التقريبات التي أخذت بالحسبان هو ما نشر في الأبحاث [5]-[4]-[3]-[2]؛ إذ تمّ وصف تجعد طبقات التغطية تحت حمولة ضغط لدراسة نمط الانهيار الموضعي هذا، إن الوجه تحت تأثير الضغط يتم نمذجته استناداً إلى النظرية الكلاسيكية كجائز مسنود بشكل مرّن، كما هو مبين في الشكل (2-3)، وبالأخذ بهذه المقاربة فإنّ طول موجة الانحناء يتم تحديدها لاستنتاج النموذج الرياضيّ للتحنيب الموضعي.



الشكل (2-3) تجعيد الوجه المنمذج كجائز مسنود بشكل مرّن

في مراجع أخرى [12]-[11]-[10]-[9]-[8]-[7]-[6] فإن التقريبات المتتالية تم استخدامها من أجل الحملات الموضعية، إذ أخذت في الحسبان الألواح السندويشية التي لها أوجه متساوية أو مختلفة السماكة، كما تضمن ذلك في [7]-[6].

إن الحل مبني على تتالي التقريبات لأجل نوعي سلوك الجائز " كما هو موضح في الشكل (2-4) " حيث يصف النوع الأول (a) السلوك العام للجائز على تقريبات اللاتسطح، أمّا النوع الثاني (b) فيصف السلوك الموضعي الناتج عن الحملات الموضعية على سبيل المثال، من خلال نمذجة مادّة النواة كنوابض شادة - ضاغطة خطية موزعة بانتظام.



الشكل (2-4) تقريب متتالي لجائز سندويشي محمل بحمولات مركزة ( موضعية )

a- السلوك العام للجائز بناء على تقريبات اللاتسطح .

b- السلوك الموضعي بناء على النموذج المرّن.

إن معظم الاشتقاقات لهذه التقريبات المتتالية تؤدي إلى حل عام يحوي عدداً من الثوابت المجهولة، وإن تحديد قيم هذه الثوابت بما يحقق الشروط الطرفية أمر معقد جداً، وفي أغلب الأحيان يتم استخدام طرق تحليلية لتلبية هذا الغرض.

### ج- النظريات ذات المراتب العليا / higher-order theories :

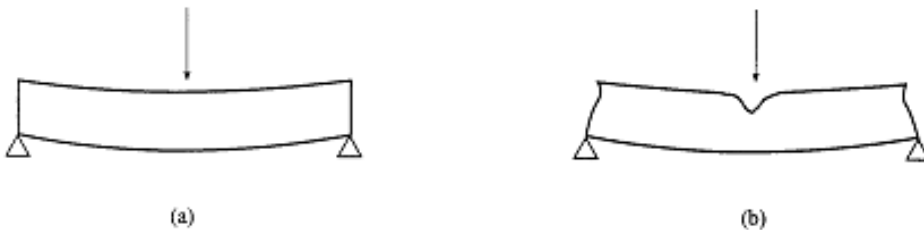
لأجل اللوح السندويشي ذي النواة العرضية المرنة، فإن فرضيات اللاتسطح والتشوّهات الخطية لمادة النواة تصبح غير صالحة من أجل الحملات الموضعية، وهذا لا يعني فقط أن النظريات الكلاسيكية لا يمكن استخدامها في هذه الحالة، وإنما تتجاهل التقريبات المتتالية، أيضاً، التأثيرات الحتمية في هذه الحالة، كما أن هنالك مأخذاً آخرًا على النظريات الكلاسيكية هو أنها لا تحوي وصفاً مناسباً للشروط الطرفية، فهي تفترض أن الشروط الطرفية هي نفسها على كامل ارتفاع المقطع، والذي لا يعد وصفاً واقعياً للتطبيقات العملية .

لأخذ كل مجالات الانتقالات اللاخطية لمادة النواة ونقاط الاستناد الفعلية بالحسبان، فقد تم تطوير النظريات ذات الدرجات العليا خلال فترة أواخر الثمانينات والتسعينات [13]، إذ يمكن من حيث المبدأ أن ينظر إلى هذه النظريات كإمتداد للنظريات الكلاسيكية، و التقريبات المتتالية المذكورتين سابقاً.

النظريات ذات المراتب العليا قادرة على نمذجة الجوائز السندويشية والألواح السندويشية، إن طبقات التغطية العلوية أو السفلية قد تكون مصنوعة من مادة معدنية، أو مادة أخرى رقيقة متجانسة، أو غير متجانسة، ذات خصائص ميكانيكية، وهندسية متماثلة، أو غير متماثلة، كما أن مادة النواة قد تكون مصنوعة من الرغويات، أو من نسيج خلوي كأقراص العسل، أو من الخشب أو الصوف المعدني.

لذلك تستخدم صيغ النظريات المعروفة للجوائز والصفائح لأجل الأوجه، ونظرية المرونة لأجل النواة، وباستخدام هذه الصيغ فإن تأثير الارتفاع في درجة المرتبة يعود إلى لا خطية التشوّهات الطولية والعرضية للنواة على كامل الارتفاع والتي يتم تضمينها، وقد تم توضيح هذه النتائج في الشكل (2-5)، ومن خلال هذه النظريات تم تقديم نتائج تخص المحصلات الداخلية، وانتقالات طبقات التغطية (انفصال طبقات التغطية أو تولّد إجهادات قاصة في السطح البيني ما بين النواة وطبقات التغطية) وفيما يخص إجهادات وانتقالات النواة، وهذه النتائج أيضاً فعالة في الخصوصيات الموضعية للشكل الهندسي.

إن النظريات يمكن أن تصاغ بما يتوافق مع أي نوع من أنواع التحميل المطبقة على الأوجه، ولأي من شروط الاستناد أو الاستمرارية.



الشكل (2-5) النظرية ذات المراتب العليا لجوائز سندويشي محمل بحمولة مركزة ( موضعية)

a- السلوك العام للجوائز على أساس تقريب " اللاتصفح"

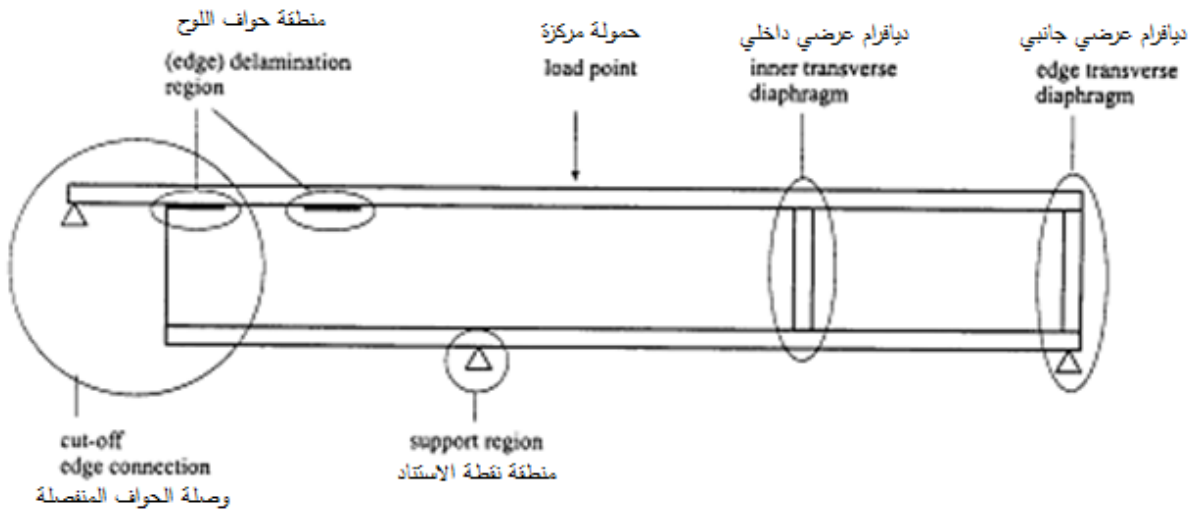
b- التشوّهات ذات المراتب العليا التي تسببها التشوّهات اللاخطية الطولية والعرضية

بعض المراجع [14]-[15]-[16]-[17]-[18]-[19]-[20] قامت بعرض استنتاجاتها، ومناقشتها فيما يخص الجوائز السندويشية انطلاقاً من اعتبار سلوك طبقات التغطية كما في الجوائز العادية، حيث تُعدُّ طبقات التغطية مترابطة داخلياً مع النواة على امتداد السطح البيني امتداداً متوازناً ومتجانساً، كما يتم افتراض النواة بوصفها وسطاً مرناً ثنائي البعد، كما أن شروط الاستناد ومتطلبات الاستمرار المختلفة لكلا طبقتي التغطية متوافرة، وتسمح بتطبيق حمولات مختلفة على كليهما.

وقد تم إجراء مثل هذا التحليل للجوائز السندويشية باستخدام نظريات المراتب العليا في الحالات الآتية:

- الحمولات المركزة ومناطق نقاط الاستناد / point loads and point support regions / [14].
- مناطق الطبقات الداخلية وعند الحواف / edge and inner delamination regions / [15].
- سلوك التحنيب العام / overall buckling behavior / [16].
- الديافرامات العرضية الداخلية وعند الحواف / edge and inner transverse diaphragms / [17].
- الأوجه الصفائحية المركبة غير المتجانسة / unsymmetrical laminated composite faces / [18].
- وصلات الحواف المنفصلة / cut-off edge connection / [19].

يوضح الشكل (6-2) هذه الخصوصيات الموضوعية المتعلقة بالشكل الهندسي للعنصر السندويشي:



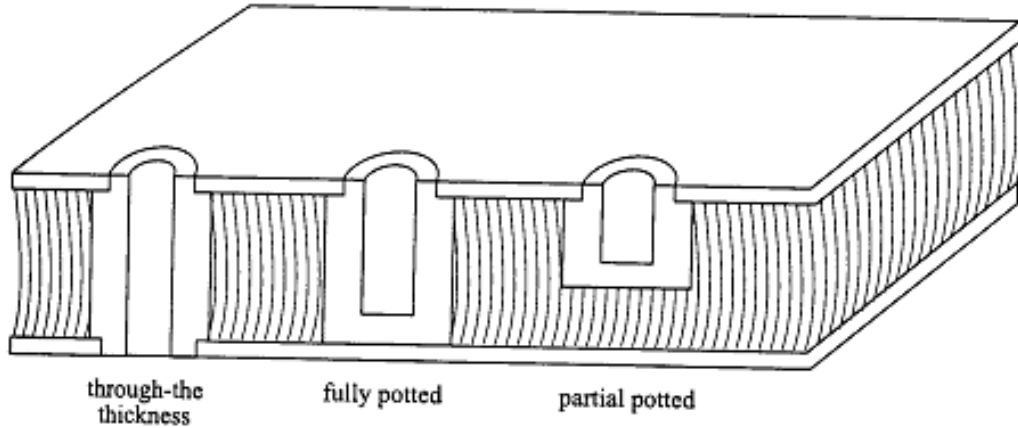
الشكل (6-2) منظور عام لجوائز سندويشي له خصائص موضوعية هندسية تم من أجلها تطوير النظريات ذات المراتب العليا في المراجع من [14] وحتى [20]

كما حدث تطوير إضافي لنظرية المراتب العليا من أجل حالات أخرى تم إيضاحها في [21]-[22] بما يخص الألواح السندويشية في اتجاهين اثنين:

- الحمولات المركزة ومناطق نقاط الاستناد / point loads and point support regions / [21].
- سلوك التحنيب العام / overall buckling behavior / [22].



لا شك أن وجود الفتحات والحشوات في البلاطات السندويشية سيؤدي إلى التأثير على سلوكها العام، وهذا ما دفع الباحثين إلى تطوير استخدام نظرية المراتب العليا، ليأخذ في الحسبان تأثير وجود مثل هذه الفتحات، كما نتبين ذلك في مراجع متعددة [26]-[25]-[23]، حيث عرض في [23] تأثير الفتحات والحشوات على كامل السماكة، بينما درست الفتحات والحشوات الكلية والجزئية في [24]، وتم تطوير هذه الدراسات في [26]-[25]، فيما يخص حالات الاستناد المختلفة.



الشكل (2-7) منظور عام لجائز سندويشي له خصائص موضعية هندسية تم من أجلها تطوير النظريات ذات المراتب العليا في المراجع من [23] وحتى [26]

إنّ النتائج المبينة في المراجع [14] وحتى [26] هي معادلات تفاضلية تأخذ بالحسبان شروط الاستناد.

#### د- طرق العناصر المنتهية/Finite element methods/:

إن معظم طرق العناصر المنتهية للألواح السندويشية تفترض نماذج الألواح بوصفها نماذج صفائحية ثنائية البعد، ونماذج قشرية. في [27] - [28] - [29] صنفت التقريبات للعنصر المنتهي ثنائي البعد كما يأتي:

- نماذج تقريبية عامة: /Global approximation models/ يتم فرض اللوح السندويشي كصفحة مكافئة أحادية الطبقة، أو عنصر قشري، مع فرض تقريبات عامة على طول السماكة بالنسبة إلى الانتقالات والاجهادات والتشوهات. يُعدّ هذا النموذج سلوك النواة سلوكاً تشوهِياً قصياً تقريبياً من الدرجة الأولى، أو كتقريب ذو مراتب عليا، ولوضع النماذج المبنية على أساس التقريب من الدرجة الأولى في حيز التطبيق، هناك أولوية لتحديد معاملات التصحيح القصية.
- النماذج الثلاثية المحدودة: /Discrete three- layer models/ يقسم اللوح السندويشي إلى ثلاث طبقات أو أكثر، ولكل طبقة يتم اعتماد تقريبات لقيم الاستجابة باتجاه السماكة.
- التقريبات التصحيحية المتوقعة: /predictor - corrector approaches/ هذه التقريبات تستخدم تتابع المعالجات؛ إذ إن المعلومة الموجودة في الجزء السابق من التحليل يستخدم لتصحيح النموذج لتطوير الاستجابة.

## 2-3- تطور الأبحاث العلمية العامة لبنية العنصر السندويشي:

بينت الدراسات المرجعية التي تطرقنا إليها، أن مساعي الاستثمار للعناصر السندويشية كعناصر إنشائية في الجمل الهندسية قد بدأت تجد طريقها إلى النور منذ أواخر القرن التاسع عشر.

إذ استناداً إلى Hakmi [30]، فإن Wood Fairbairn كان أول من استخدم فكرة العناصر السندويشية المركبة من أجزاء متعددة في المنشآت الصناعية، عندما قدم اقتراحاً لتنفيذ تصميم جديد للجسور الأنبوبية من خلال استخدام شرائح معدنية تستند إلى طبقة ذات كثافة منخفضة [31].

ولاحقاً تم على المبدأ نفسه تقديم اقتراحات لأشكال إنشاء جديدة باستخدام العناصر السندويشية من قبل Von Karman and Stock عام 1884م، ونفذت بنجاح في مجالات مختلفة.

استخدمت هذه العناصر في فترة ما قبل الحرب العالمية الثانية استخداماً واسعاً في مجالات الطيران والتطبيقات الإنشائية المتعددة، وقد بدأ البحث في التحليل الهيكلي الإنشائي للعناصر السندويشية ذات طبقات التغطية المستوية أو شبه المستوية منذ عام 1940 م، وخصوصاً في تطبيقات الطيران، ثم أخذ التوسع بالدراسات بعداً آخر لاحقاً لتشمل العناصر بطبقات تغطية غير مستوية.

إلا أن تطور دراستها جرى منهجياً منذ أواخر العام 1960م من خلال الأبحاث التي قدمها Chong وزملاؤه [32]. قدم Hartsock عام 1969م منشوراً حول طرائق تحليل العناصر السندويشية، وفي عام 1974م عرض كل من Chong and Hartsock طريقة للتنبؤ بحدوث عدم استقرار موضعي ينتج عنه تجعد في طبقات التغطية من خلال تحديد خصائص العناصر المكونة للوح السندويشي [33].

أنجز كذلك Chong وزملاؤه عام 1977م بحثاً حول سلوك اللي أو الانحناء والاجهادات الحرارية لبلاطات العناصر السندويشية ذات الاستناد البسيط من مجاز واحد أو تلك بشكل مجازات مستمرة [34].

لقد قادت نتائج الأبحاث السابقة إلى تعابير مختلفة حول سلوك العناصر السندويشية، إذ تركز الاهتمام في معظمها على دراسة التحنيب لهذه العناصر، الذي شمل التحنيب الموضعي، و تجعد طبقات التغطية الناتج عن الانحناء، وغيرها من الحالات المختلفة، وتم نمذجة العناصر السندويشية في كثير من هذه الأبحاث بما يتوافق والطرائق العددية المستخدمة في الدراسة والتحليل لهذه العناصر، منها:

“Finite Strip, Finite-layer, Finite Prism, and Finite Element analyses “

كما احتل البحث التجريبي، أيضاً، دوراً مهماً في بوتقة نتائج الدراسة التحليلية وتوثيقها، إذ شمل الأسلوب التجريبي لسلوك العناصر السندويشية مناح مختلفة، بما في ذلك سلوكها نتيجة التأثيرات الحرارية التي تم توضيح نتائجها في الدراسة المقدمة من قبل الدكتور غسان شيخ علي عام 1991م [35].

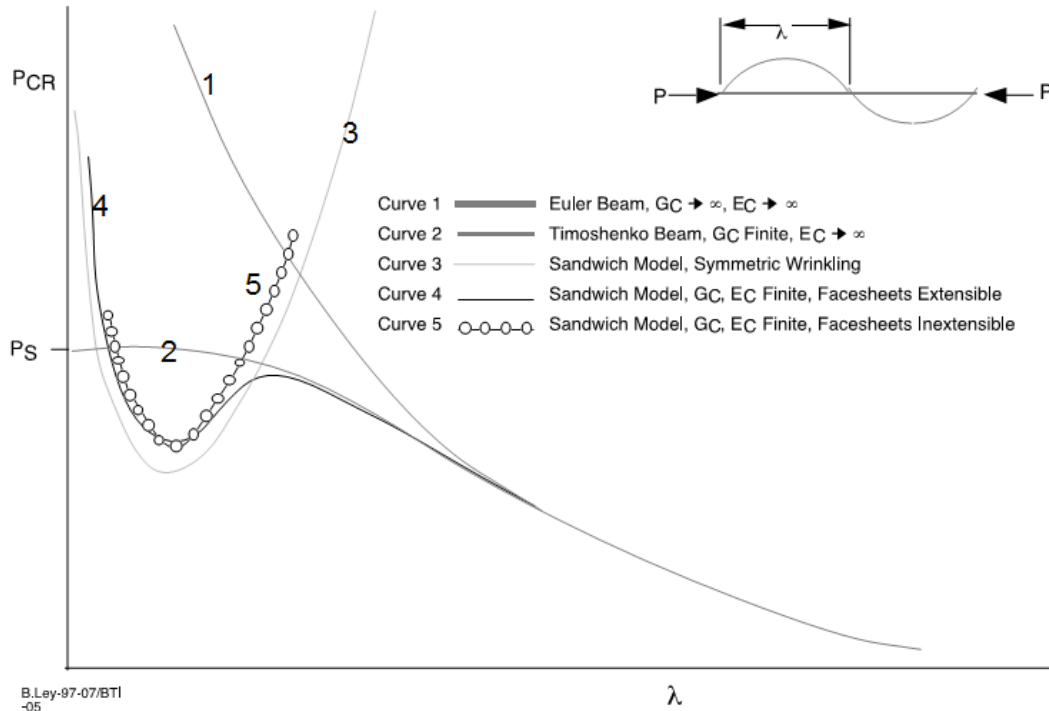
لقد درس Gough وزملاؤه عام 1940 م مشكلة حدوث التجعيد الموضعي في طبقات التغطية لدعامات العناصر السندويشية بافتراض حالات مختلفة لعدم الاستقرار الناتج عن حدوث التجعيد ولنماذج مختلفة من طبقات التغطية وأشكال الاستناد آخذين بالحسبان حدوث التشوه للنواة المتماثلة الخواص في المقطع المدروس

[36]. لقد افترض في هذه الدراسة الالتصاق التام بين النواة وطبقتي التغطية، وأن مادة طبقات التغطية غير قابلة للتمدد، وتم إهمال تأثير الانحناء على اجهادات الانهيار المسببة لعدم الاستقرار الناتج عن تأثير القص فقط.

أجرى William وزملاؤه عام 1941 م دراسة حول المشاكل العامة لاستقرار الدعامات السندويشية ذات النواة المتماثلة، أو غير متماثلة الخواص [37].

لقد شملت هذه الدراسة تعديلا على نظرية Gough المقدمة عام 1940م من خلال إدخال تأثير طول العنصر في الدراسة المنجزة، وضمّنوا دراستهم أبحاثا نظرية حول إمكانية انتقال الحملات عبر العناصر السندويشية، وسلوك هذه العناصر في الحالات المختلفة. لقد بين هذا التحليل تشكل تموجات بأنماط غير متماثلة عند حدوث عدم الاستقرار وتميزها عن أنماط Euler المعدلة .

لقد عرضت النتائج التي توصل إليها الباحث William وزملاؤه تخطيطياً، كما يبينه المنحنيين 3 و 4 في الشكل (8-2) الذي يمثل العلاقة بين طول نصف موجة التجعيد  $\lambda$  وبين القوة المسببة للتجعيد  $p$ .



الشكل (8-2) منحنيات التحنيب الموضعي للعناصر السندويشية [37]

إذ إن:

$\lambda$  : طول نصف موجة التحنيب / Buckling mode half-wave length /

$P_{cr}$  : قوة التحنيب الحدي / Critical buckling load /

$p_s$  : قوة التحنيب المسببة لبداية تجعيد القص / Shear crimping buckling load /

عام 1942 م عدّل كل من Leggett and Hopkins نظرية البعد الواحد المقدمة من قبل Williams عام 1941م بأخذ كلا البعدين بالحسبان [38].

وتم اقتراح معادلة السهم الآتية لمثل هذه العناصر السندويشية:

$$W = C \sin \frac{\pi x}{l} \sin \frac{n \pi y}{b} \quad (1-2)$$

حيث تمثل  $l$  طول الموجات المتشكلة في اتجاه تطبيق الحمولة، و  $b$  عرض بلاطة العنصر السندويشي و  $C$  هي ثابت لا بعدي.

لقد استخدم لانجاز دراسته نظرية طاقة الانفعال Strain Energy للانعطاف في البلاطة السندويشية، إذ أعطيت طاقة الانفعال للعزم الداخلي للعنصر Strain energy of bending in plate المدروس كما يأتي:

$$U_B = \frac{\pi^4 abD}{8} \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 \left[ \frac{1}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right]^2 \quad (2-2)$$

إذ تمثل  $a$  نصف طول موجة التحنيب في اتجاه تطبيق الحمولة و  $b$  عرض بلاطة العنصر السندويشي.

إلا أنه لم يستطع التوصل في دراسته إلى التعبير الرياضي المناسب لوصف التحنيب للعنصر السندويشي.

كذلك قدم عام 1944 م كل من Hopkins and Pearson تقريراً حول ما تم مناقشته بخصوص السلوك المرن لبلاطات العناصر السندويشية مع طبقات تغطية متماثلة الخواص مرفقة لنتائج تجريبية ل 12 نموذجاً صممت للاستخدام في أرضيات الطائرات، وكانت مكونة من طبقات تغطية من Plywood والنواة من onazote [39]. لقد تم استخدام نظرية الطاقة الكامنة Potential energy لدراسة عدم الاستقرار المرن الذي ينتج عنه حدوث تجعيد لطبقات التغطية، مستمراً في دراسته معادلة السلسلة الآتية لإيجاد قيمة السهم المطلوب .

$$W = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \sin \frac{m \pi x}{a} \sin \frac{n \pi y}{b} \quad (3-2)$$

وباعتبار أن الإجهاد الأعظمي سوف يتشكل في منتصف العنصر، سوف تكون قيمة هذا الإجهاد الأعظمي في الاتجاه x معطاة كما يأتي:

$$\sigma_{ix}(\max) = \frac{E_f}{2(1-\nu)} (-)^i \pi^2 t \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (k_{mn} + \varepsilon) [(m/a)^2 + (n/b)^2] (-)^{(m+n-2)/2} A_{mn} \quad (4-2)$$

إذ إن:

$\sigma_{ix}(\max)$  : الإجهاد الأعظمي في منتصف العنصر بالاتجاه X.

$i$  : رقم موجة التجعيد المتشكلة.

$t$  : سماكة النواة.

$a$  : هي طول العنصر السندويشي.

$b$  : هي عرض العنصر السندويشي.

$\varepsilon$  : التشوه في منتصف العنصر.

$v$  : معامل بواسون لطبقات التغطية.

$K_{mn}$  : هو بارامتر يتم الحصول عليه من صيغة خاصة مرتبطة بأبعاد العنصر، ويعبر عن معامل التحنيد للعنصر المدروس بحسب رقم موجة التجعيد المتشكلة.

$A_{mn}$  : معامل يرتبط تحديده بنوع وتوزيع الحمولة المسببة للانتقالات  $w$  وطبيعة انتقال العنصر.

لقد وضع الباحث Reissner عام 1948 م نظريته المتعلقة بتحنيب بلاطة العنصر السندويشي ذي النواة المتجانسة والمتماثلة الخواص من خلال إهمال المقاومة الذاتية للانحناء لطبقات التغطية مقارنة بانحناء العنصر الكامل، الذي يأخذ تأثير كلتا الطبقتين في آن [40].

استخدم في نظريته معادلة الفروقات المحددة للانتقالات "Finite deflection differential equation" للحصول على المعادلة التفاضلية لتحنيب بلاطة العنصر السندويشي التي تتضمن تأثير التشوه الناتج عن إجهاد القص على حمولة التحنيب الحدية وذلك لنواة غير متجانسة أو متماثلة الخواص.

عام 1951 م قام Bijlaard بعرض طريقته المسماة "تقسيم الصلابات Split rigidities" من أجل التحليل المرن واللدن لاستقرار البلاطات السندويشية لتحنيب غير متماثل لشكل التموجات، حيث قسم صلابة هيكل العنصر السندويشي إلى حالتين [41]:

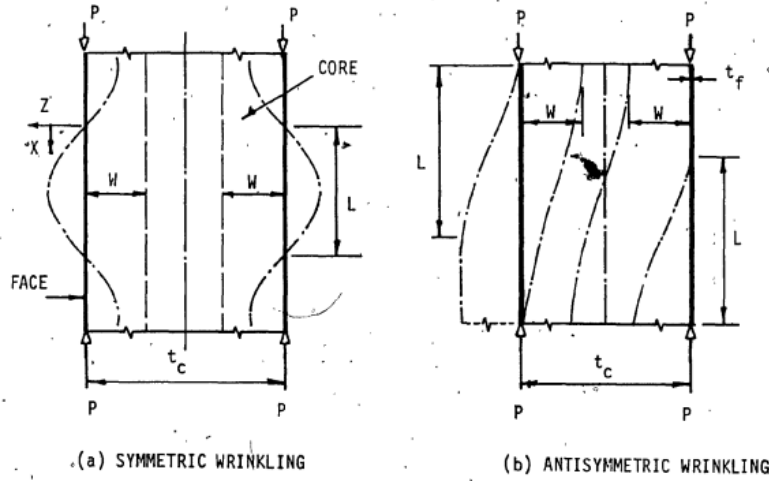
الحالة الأولى: البلاطة السندويشية تمتلك صلابة حقيقية على الانحناء مع افتراض أن النواة مطلقة الصلابة في مقاومة قوى القص.

الحالة الثانية: النواة تمتلك صلابة حقيقية لمقاومة القص مع افتراض أن البلاطة مطلقة الصلابة في مقاومة الانحناء.

الانحناء الإجمالي يقسم إلى قسمين  $W_1$  و  $W_2$  يمثلان الحالتين السابقتين. لقد ناقش من خلال ذلك حالة التحنيب

العام لنموذج Euler الذي يمثل المغلف الإجمالي لأشكال الانحناء، كما أنه اعتمد لأجل التحنيب الموضعي الناتج عنه تجعيد متناظر Symmetrical وغير متناظر (متناظر عكسياً) Anti symmetrical في طبقات

التغطية الصيغتين (5-2) و(6-2) المقترحتين من قبل Hoff and Mautner عام 1948 م لأجل الدعامات السندوبيشية الخاضعة لأي من نوعي التجعيد المبين في الشكل (9-2) بحسب [42]-[43]:



الشكل (9-2) أنماط التجعيد [42] [43]

لقد بين أن التجعيد غير المتناظر يحدث عندما لا يكون سمك النواة كافياً لحدوث حالة التجعيد المتماثل، إذ أعطيت علاقة إجهاد التجعيد المتماثل الحدي بالعلاقة الآتية:

$$\sigma_{crs} = 0.817 \left( \frac{E_f E_c t_f}{t_c} \right)^{1/2} + 0.166 \frac{G_c t_c}{t_f} \dots \text{when } W \geq \frac{t_c}{2} \quad (5-2)$$

$$\sigma_{crs} = 0.91 (E_f E_c G_c)^{1/3} \dots \text{when } W < \frac{t_c}{2} \quad (6-2)$$

إذ أن:

$\sigma_{crs}$  : إجهاد التجعيد المتماثل الحدي.

$W$  : عرض المنطقة الفعالة في أنماط الانهيار المبينة على الشكل ويمكن أن تعطى بالصيغة

$$W = 1.44 t_f (E_f / E_c)^{1/3}$$

$t_c$  : سماكة النواة.

أما علاقة التجعيد غير المتناظر الحدي فتعطى بالعلاقة الآتية:

$$\sigma_{cra} = 0.59 \left( \frac{E_f E_c t_f}{t_c} \right)^{1/2} + 0.387 \frac{G_c t_c}{t_f} \dots \text{When } W = \frac{t_c}{2} \quad (7-2)$$

$$\sigma_{cra} = 0.51 (E_f E_c G_c)^{1/3} + 0.33 \frac{G_c t_c}{t_f} \dots \text{When } W < \frac{t_c}{2} \quad (8-2)$$

إذ إن:

$\sigma_{cra}$  : إجهاد التجعيد غير المتماثل الحدي.

$W$  : عرض المنطقة الفعالة في أنماط الانهيار المبينة على الشكل ويمكن أن تعطى بالصيغة

$$W = 2.38 t_f (E_f / E_c)^{1/3}$$

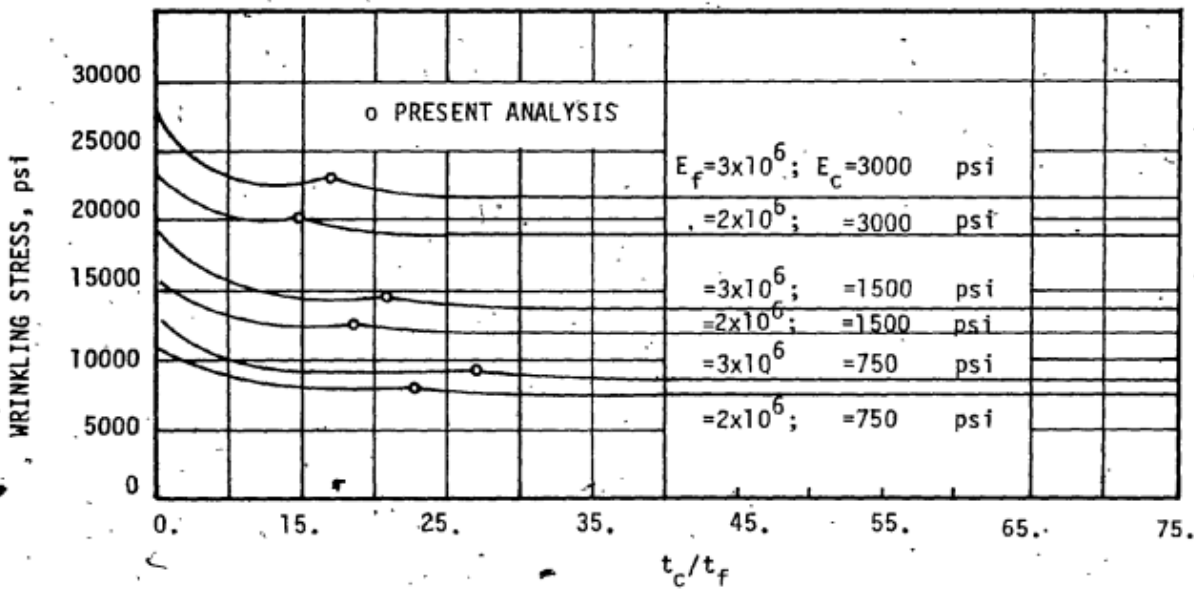
ولتحديد أي من نمطي التجعيد هو السائد يجب أن تطبق المساواة الآتية:  $(5-2)=(7-2)$  وأيضاً  $(6-2)=(8-2)$ ، إذ نحصل بإجراء العمليات اللازمة والإصلاح على الآتي:

$$\frac{t_c}{t_f} = 1.924 (E_f / E_c)^{1/3} \dots\dots \text{when } \dots W < \frac{tc}{2} \quad (9-2)$$

$$\frac{t_c}{t_f} = 1.616 (E_f / E_c)^{1/3} \dots\dots \text{when } \dots W = \frac{tc}{2} \quad (10-2)$$

إذا كانت النسبة بين سماكتي طبقة التغطية والنواة أقل من القيم المعطاة في المعادلتين السابقتين فيكون نمط التحنيب المستخدم هو النمط غير المتناظر.

لقد وضّح كل من الباحثين Hoff and Mautner عن نتائج هذه الصيغة تخطيطياً كما يأتي:



الشكل (10-2) مقارنة النتائج التي تم الحصول عليها لتعريف حالة التجعيد وفق نظرية الباحثين

Hoff and Mautner [43]

في عام 1953م قدم الباحث Nardo نظرية الانتقالات الصغيرة "small deflection theory" من أجل حملات التحنيب الحدية لبلاطة سندويشية مستطيلة الشكل وطبقات تغطية مستوية مع حواف موثوقة أو حواف مستندة استناداً بسيطاً، ويتأثر حملات جانبية من جهة واحدة على طبقات التغطية [44]. لقد استخدم لحل مشكلة البحث المعادلة التفاضلية للباحث Hoff إضافة إلى طريقة طاقة الانفعال Strain energy method، حيث استنتج أن نسبة طول البلاطة إلى عرضها ونسبة سماكة النواة إلى طبقات التغطية دوراً مهماً في تحديد حمولة تحنيب العنصر السندويشي.

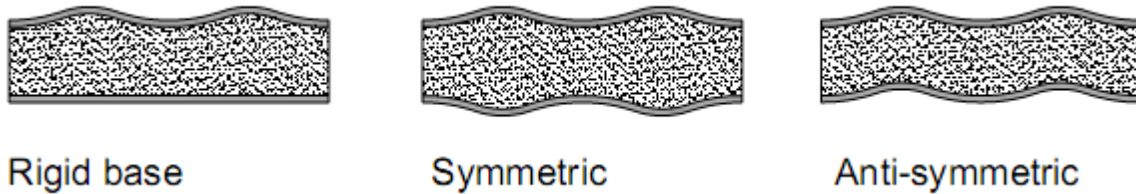
عام 1967م حاول كل من الباحثين Kan and Huang الحصول على حل تقريبي لحالة ما بعد حدوث التحنيب "Post buckling" للبلاطات السندويشية مستخدمين في حل المعادلة التفاضلية المقدمة من قبل الباحث

Reissner عام 1948م [45]. المحاولة كانت باستخدام طريقة التقريب المتتالي للحصول على نتائج المعادلة، ولكنهما لم يراعىا مشكلة النقص في معطيات المعادلة ونتائجها، ولم يبيينا ما هو الطول الحدي لموجات التحنيب المتشكلة، إذ اعتمد الحل الذي قدماه لأجل بعض العناصر السندويشية الخاصة على افتراض أن مقدار الانتقال في منتصف المجاز يساوي قيمة سماكة النواة التي تفترض أنها صغيرة لأجل بعض العناصر السندويشية الخاصة.

عام 1973م قدم الباحث Kao وزملاؤه حلاً لحالة الانتقالات الكبيرة من خلال التعديل الذي أجروه على المعادلة التفاضلية المقدمة من قبل الباحث Reissner عام 1948م [46]، وذلك بإضافة معادلة آخذة في الحسبان مقدار الطاقة المتممة "Complementary energy". لقد قاموا بتحويل المعادلات التفاضلية الثلاث النازمة إلى ثلاث أنظمة من المعادلات الجبرية اللاخطية تستخدم منهج الفروقات المنتهية "Finite difference" لتحلّ بالتكرار المتعاقب، إلا أن هذا التحليل لم يقدم صيغة مناسبة للاجهادات الحدية.

## 2-4- دراسة تجعيد طبقات التغطية في الأبحاث المرجعية :

عُرّف تجعيد طبقات التغطية تقليدياً أنه حدوث تعرج محلي على شكل أمواج قصيرة الطول ومرئية. إنه واحدٌ من أنماط عدم الاستقرار الموضعي التي يمكن أن تحصل في طبقات التغطية. هناك أنماط متعددة من التجعيد، كما هو مبين في الشكل (2-4) [47]-[48]-[49].



الشكل (2-11) أنماط عدم الاستقرار الموضعي الناتج عن تجعيد طبقات التغطية

إنّ حدوث الأنماط المختلفة للتجعيد يعتمد على الوسائط الهندسية للعنصر السندويشي ( سماكة النواة مثلاً)، وأيضاً على خصائص المواد المكونة للعنصر ( خصوصاً نوع مادة النواة).

في النمط الأول (Rigid Base) القاعدة الصلبة: وفيه نلاحظ حدوث أمواج الانحناء القصيرة في طبقة التغطية المضغوطة فقط. إنّ هذا النمط يحدث عندما يكون العنصر السندويشي معرض لعزم، نتج عنه تعرض الطبقة غير الصلدة إلى إجهادات ضغط.

في النمط الثاني (Symmetric) التجعيد المتماثل لطبقتي التغطية: وفيه نلاحظ أن أجزاء من طبقات التغطية تستجيب للانحناء استجابة متناظرة بينما أجزاء أخرى بقيت دون تأثير.



في النمط الثالث (Anti-symmetric) تجعيد غير المتماثل لطبقتي التغطية: وفيه نلاحظ أن العنصر السندويشي الذي حصل فيه التجعيد يمكن تشبيهه بالتموجات الحاصلة على جسم الأفعى عند تحركها، إذ إن أجزاء طبقات التغطية جميعها تستجيب للانحناء، وهذا النمط يحدث في العناصر السندويشية ذات النواة غير متماثلة الخواص في كل أجزائها، والتي تكون فيها أيضاً صلابتها على القص صغيرة جداً بالمقارنة مع معامل مرونتها، كما هو الحال في النواة على شكل أقراص العسل، وأيضاً في الألواح السندويشية المصنفة بأنها ذات نواة رقيقة.

إذا كانت النواة صلبة وثخينة بما فيه الكفاية، مثل التي تستخدم في التطبيقات المدنية، لن يحدث التجعيد من النمط الثالث بأية حالٍ من الأحوال، لذا سيتم التركيز في هذا البحث على النمط الثاني وهو النمط المتماثل.

لقد صنف التجعيد المتماثل ضمن حالتين:

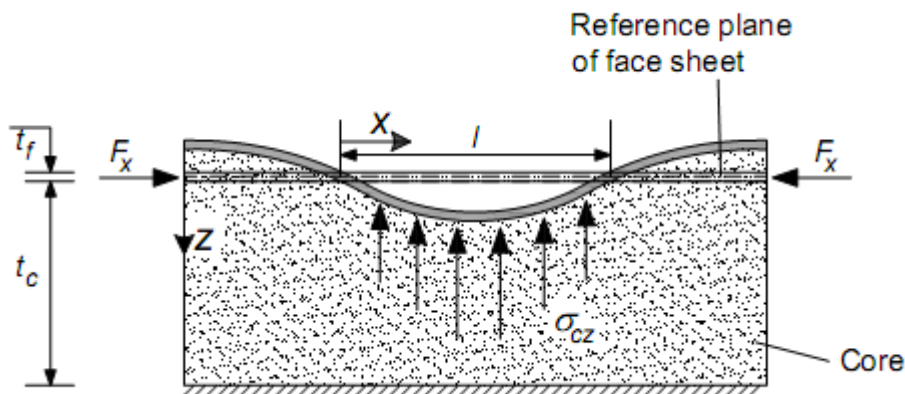
**الحالة الأولى:** التجعيد الناتج عن التعرض لحمولة واحدة (Wrinkling under Uniaxial load).

**الحالة الثانية:** التجعيد الناتج عن التعرض لحالات تحميل متعددة (Wrinkling under biaxial load).

ونظراً لأن بحثنا لن يتطرق إلى الحالة الثانية لذلك اكتفينا بالعرض المختصر للدراسات المتعلقة بالحالة الأولى.

لقد وجدنا أن أوائل الدراسات التي أجريت حول تجعيد طبقات التغطية في العناصر السندويشية المعرضة لحمولة واحدة عام 1940م من قبل Gough وزملائه وعام 1941م من قبل Williams وزملائه. نتائج هذه الأبحاث عرضت عرضاً مفصلاً في المرجع [48].

لقد بدأت هذه الأبحاث بوضع نموذج لتجعيد طبقات التغطية المستوية تحت تأثير حمولة واحدة، إذ تم افتراض عمل صفيحة طبقة التغطية كعمل جائر عادي أو أن استناد هذه الصفيحة على النواة السمكية هو استناد مرن، وتم إهمال تأثير التشوهات الناتجة عن قوة القص في النواة، إذ مثل هذا النموذج كما هو مبين في الشكل (12-2).



الشكل (12-2) التجعيد الناتج عن التعرض لحمولة واحدة

نلاحظ من الشكل (2-12) الانزياحات الناتجة عن موجة التجعيد، والتي اعتبرت وكأنها موجات تتكرر تكراراً دورياً بطول نصف موجة  $l$ . من أجل الجوائز ذات الاستناد المرن فإنها عندما تتعرض لعزم تكون المعادلة التفاضلية الحاكمة هي الآتية ( لاحظ [50] ):

$$D_f \frac{d^4 w_f}{dx^4} + F_x \frac{d^2 w_f}{dx^2} - \sigma_{cz} = 0 \quad (11-2)$$

إذ إن:

$W_f$ : دالة الارتداد لصفحة طبقة التغطية.

$D_f$ : الصلابة على الانحناء لصفحة طبقة التغطية لوحدها.

$F_x$ : قوة الضغط المطبقة على صفحة طبقة التغطية.

$\sigma_{cz}$ : الإجهاد الناتج عن رد فعل النواة الناتج عن التشوه الحاصل فيها نتيجة الانضغاط مع الأخذ بالحسبان أن عرض الشريحة في الاتجاه المتعامد مع اتجاه القوة هو وحدة الطول.

هناك نوعين من التشوهات الناتجة عن قوى القص في النواة والمرافقة للإجهاد المطبق تم إهمالها وهما

$$G_c \left( \frac{\partial w_c}{\partial x} + \frac{\partial u_c}{\partial z} \right) \text{ . إذ إن:}$$

$W_c$ : دالة الارتداد لمادة النواة.

$u_c$ : انزلاق في النواة باتجاه يعاكس اتجاه تطبيق الحمولة.

فقد تم اعتبار أن  $G_c = 0$ ، والتي كان من الممكن إضافتها إلى الصيغة الرياضية.

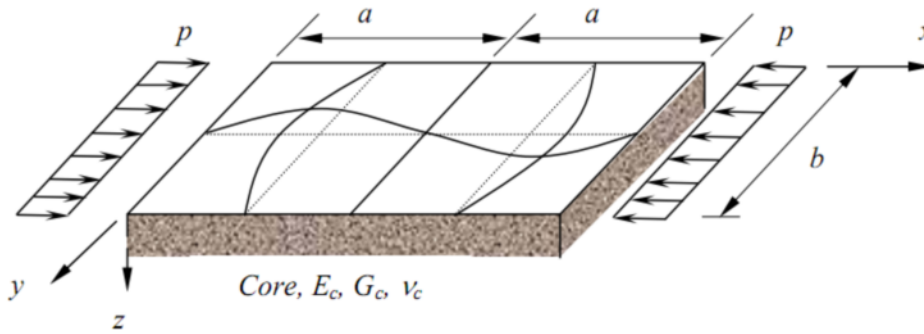
في حالة التجعيد، فإن الانتقال الناتج عنه في صفحة طبقة التغطية ينقل إلى النواة بالشكل الذي يؤدي إلى نقصان سماكتها بسرعة، هنالك كثرة من النماذج النظرية والنتائج التجريبية المتعلقة بالتجعيد الناتج عن التعرض لحمولة واحدة تم إيجادها من قبل باحثين كثر، نذكر منهم (Gough وزملائه عام 1940، Cox and Riddell عام 1945، Hoff and mautner عام 1945، Williams عام 1947، Hemp عام 1948، Yusuff عام 1955، Plantema عام 1966، Allen عام 1969) - وسيتم عرض نتائج دراسة بعضهم لاحقاً - والتي تتضمن كثرة من الفرضيات بخصوص الهبوط الناتج عن انتقال التشوه عبر النواة إضافة إلى منهجيات متعددة من الطول المختلفة، وعلى الرغم من اختلافها، فإنه يتم الحصول تقريبياً على نتائج متماثلة، والاختلافات فيما بين هذه النتائج يتعلق أساساً بالتفاوتات بين فرضيات الهبوط الناتج عن انتقال التشوه عبر النواة، لقد قام ley وزملاؤه عام 1999 م بإعداد دراسة تضمنت معظم النماذج الأكثر انتشاراً، حسناتها وسيئاتها، ومدى موافقتها للنتائج التجريبية للمنتجات المحلية الصنع [48].

سنقوم باستبيان استخدام الطريقتين التحليليتين المتبعيتين في دراسة نظريات التجعيد للعناصر السندويشية للوصول إلى علاقة الإجهاد الحدي للتجعيد للألواح المعرضة لحمولة واحدة، الأولى تدعى طريقة الطاقة، والثانية الطريقة التحليلية المعتمدة على الحل لجملة من المعادلات التفاضلية التي تصف سلوك العنصر السندويشي، حيث ستلخص جدولياً تباينات نتائج التحليل باستخدام الطريقتين المذكورتين، وذلك وفقاً لطبيعة النمذجة المعتمدة للعنصر السندويشي، ومكوناته من قبل كثير من العلماء والباحثين.

### 2-4-1- طريقة الطاقة:

يمكن قبول طبقات التغطية المعدنية الرقيقة في استنادها على نواة البوليموريتان بأنها بلاطة مستندة على وسط مرن.

رياضياً يمكن تمثيل مشكلة التجعيد لطبقات التغطية المعدنية بالشكل (2-13) كبلطة مستطيلة الشكل تستند استناداً بسيطاً خاضعة لحمولة موزعة بانتظام على طرفيها.



الشكل (2-13) التمثيل الرياضي لمشكلة التجعيد

النهايات بالاتجاه الطويل للبلطة تفترض بأنها مستندة استناداً بسيطاً.

طول الصفيحة بالاتجاه  $x$  أكبر من طولها بالاتجاه  $y$ .

حل مشكلة التحنيب الموضعي ينطلق من العلاقة المقدمة من قبل Timoshenko and Gere عام 1961 م

من أجل الصفائح النحيفة من دون نواة [51].

الشكل المتعرج للصفحة يمكن تمثيله بوساطة سلسلة جيب مضاعفة استخدمت من قبل Davies and Hakmi

عام 1990 م [52].

$$W = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \sin \frac{m \pi x}{a} \sin \frac{n \pi y}{b} \quad (12-2)$$

وباعتبار أن القوى مطبقة باتجاه وحيد يكون التأثير بالاتجاه  $X$  فقط، لذلك تتحول الصيغة السابقة إلى الصيغة الآتية:

$$w = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{n \pi y}{b} \quad (13-2)$$

إذ إن:

$a_n$ : معامل مرتبط بنوع وطبيعة الحمولة وتوزعها وشروط الاستناد للعنصر.  
 $a$ : الطول المجهول لنصف طول الموجة في نموذج التحنيب الموضعي.  
نتجت عن ذلك صيغة طاقة الإجهاد للانحناء في الصفيحة المعطاة كما يلي:

$$U_B = \frac{\pi^4 abD}{8} \sum a_n^2 \left[ \frac{1}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right]^2 \quad (14-2)$$

إذ تمثل  $D$  صلابة الانحناء للبلاطة:

$$D = \frac{E_f t^3}{12(1 - \nu_f^2)} \quad (15-2)$$

يُعطى العمل الذي تنجزه قوة الضغط المطبقة خلال التحنيب الموضعي بالعلاقة:

$$V = \frac{\pi^2 pt}{8} \left[ \frac{b}{a} \right] \sum a_n^2 \quad (16-2)$$

إن تقدير شدة الإجهاد في النواة يمكن أن يتم بثلاث طرق:

الطريقة الأولى: هي باستخدام نظرية Winkler:

وهي أبسط النماذج، وفيه يتم افتراض أن النواة وسط مرن يتم نمذجتها من خلال نوابض مرنة متوازية [2]- [50]، لذلك ما دام منحنى التشوه مرناً وخطياً، فإن  $\sigma_{cz}$  هي عبارة عن ثابت في المعادلة (2-11).

إن هذه النظرية افترضت وجود معامل مرونة النواة  $E_c$  المتعامد مع صفيحة طبقة التغطية، وأهملت تأثير الصلابة على القص بمعنى  $G_c = 0$ ، وحسب قانون هوك فإن الإجهادات في النوابض (النواة) هي متعامدة مع التشوه الحاصل في صفيحة طبقة التغطية، ويمكن كتابتها كما يلي وفق الصيغة:

$$\sigma_{cz}(x, z) = -K_z w_c(x, z) = -K_z w_f \quad (17-2)$$

إذ إن:

$K_z$ : معامل انضغاط الاستناد (Foundation modulus).

$w_c(x, z)$ : التشوه المنقول عبر النواة.

إن هذه الطريقة تعتمد على افتراض قيمة ثابتة للمعامل  $K_z$  ولكن هنالك صعوبة في تحديده من أجل القيم الصغيرة لسماعات النواة.

الطريقة الثانية: هي مبدأ المجال النصف مرن elastic half-space تتضمن ثلاث عمليات تحديد لثلاث اتجاهات وهي الاتجاه الشاقولي وتأثير الاتجاهين الأفقيين.

**الطريقة الثالثة:** تتضمن أيضاً مبدأ المجال النصف مرن elastic half-space ولكن فقط تطبيق من أجل الإجهادات ذات التأثير الكبير، إذ يتم تضمينه خلال عملية التحليل مع تحديد دلالة تشوه النواة ويطلق على هذه الطريقة بالطريقة المبسطة.

باستخدام الطريقة الثانية، مبدأ المجال النصف مرن elastic half-space، يتم تحديد دلالات للاتجاهات الثلاثة وفق الآتي:

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= h_1(z) \cos a_1 x \cdot \sin a_2 y \\ v(x, y, z) &= h_2(z) \sin a_1 x \cdot \cos a_2 y \\ w(x, y, z) &= h_3(z) \sin a_1 x \sin a_2 y \end{aligned} \quad (18-2)$$

الدلالة  $h_i(z)$  يمكن تحديدها من خلال استخدام صيغة Navier من أجل العناصر المتجانسة، فمن خلال استخدام هذه المعادلة يمكن استنتاج المعامل  $C_f$  الآتي:

$$C_f = \frac{2(1 - \nu_c)\pi E_c}{(1 + \nu_c)(3 - 4\nu_c)} \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}} \quad (19-2)$$

تبين هذه العلاقة أن قيمة  $C_f$  تعتمد على عرض بلاطة العنصر السندويشي، وكذلك شكل موجة التحنيب الموضعي، إن طاقة الإجهاد في النواة يمكن الحصول عليها من خلال الصيغة الآتية:

$$U_c = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b C_f w^2 dx dy \quad (20-2)$$

بعد استبدال قيمة المعامل  $C_f$  في المعادلة السابقة يصبح التعبير الأخير لمعادلة طاقة الإجهاد وفق الآتي:

$$U_c = \frac{\pi ab(1 - \nu_c)E_c}{4(1 + \nu_c)(3 - 4\nu_c)} \sum a_n^2 \left[ \frac{1}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (21-2)$$

إن الطاقة الكامنة الإجمالية لصفحة مضغوطة محورياً ومستندة استناداً مرناً على مادة النواة عند خضوعها للتحنيب يمكن إعطاؤها بالعلاقة الآتية:

$$U = U_B + U_c - V \quad (22-2)$$

من خلال استبدال العلاقات (21-2) و(16-2) و(14-2) في العلاقة (22-2) فإننا نحصل على الآتي:

$$\begin{aligned} U &= \frac{\pi^4 abD}{8} \sum a_n^2 \left[ \frac{1}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right]^2 + \frac{\pi ab(1 - \nu_c)E_c}{4(1 + \nu_c)(3 - 4\nu_c)} \sum a_n^2 \left[ \frac{1}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right]^{\frac{1}{2}} \\ &- \frac{\pi^2 pt}{8} \left[ \frac{b}{a} \right] \sum a_n^2 \end{aligned} \quad (23-2)$$

بتصغير الطاقة الكامنة الكلية  $U$  بالنسبة للمعاملات  $a_n$  تباعاً نحصل على إجهاد التحنيب  $\sigma_{cr}$  بالصيغة:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 a^2 D}{t} \left[ \frac{1}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right]^2 + \frac{2a^2(1 - \nu_c)E_c}{\pi t(1 + \nu_c)(3 - 4\nu_c)} \left[ \frac{1}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (24-2)$$

بافتراض أن  $\phi = a/b$  ، فإن إجهاد التحنيب الحرج  $\sigma_{cr}$  في المرحلة المرنة تعطى بالصيغة:

$$\sigma_{cr} = k \frac{\pi^2 E_f}{12(1 - \nu_f^2)} \left[ \frac{t}{b} \right]^2 \quad (25-2)$$

إذ إنّ k معامل التحنيب ويعطى بالصيغة:

$$K = \left[ \frac{1}{\phi} + n^2 \phi \right]^2 + R \phi [1 + n^2 \phi^2]^{\frac{1}{2}} \quad (26-2)$$

إذ إنّ:

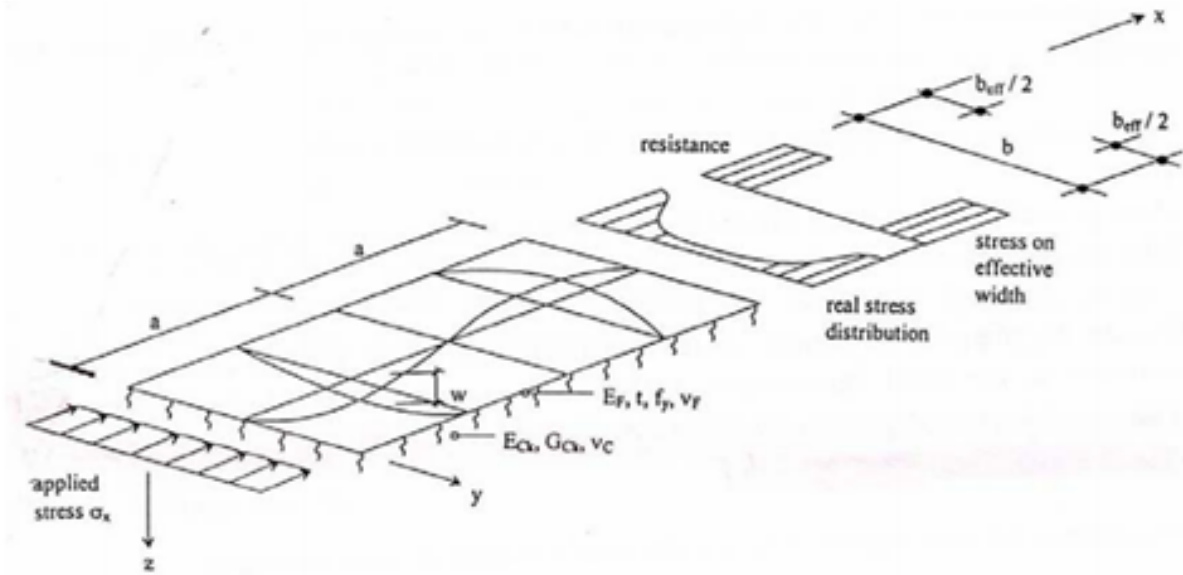
$$R = \frac{24(1 - \nu_f^2)(1 - \nu_c) E_c}{\pi^3 (1 + \nu_c)(3 - 4\nu_c) E_f} \left[ \frac{b}{t} \right]^3 \quad (27-2)$$

في حالة نموذج الاستناد المبسط تصبح قيمة R على النحو الآتي:

$$R = \frac{12(1 - \nu_f^2)}{\pi^3} \cdot \frac{\sqrt{E_c G_c}}{E_f} \left[ \frac{b}{t} \right]^3 \quad (28-2)$$

إن إجهاد التحنيب الحدي وحده لا يمكن اعتباره قاعدة مقنعة لتصميم العناصر السندويشية على أساسه، ولكن يمكن أن نعدّه كبارامتر مفيد للتصميم.

من المعلوم أنه للفولاذ المسحوب على البارد تكون نسبة العرض إلى السماكة كبيرة، لذلك فإن التحنيب الموضعي هو المعيار الرئيس لتصميم العناصر المضغوطة، إذ يمكن أن يحدث تحنيب هذه العناصر عند قيمة للإجهاد أقل من قيمة إجهاد الخضوع للفولاذ، ومن أجل البلاطات التي فيها نسبة  $b/t$  منخفضة، فإن حدوث التحنيب الموضعي لا يمثل حالة الانهيار لهذه العناصر، والذي يحدث عند حمولة أكبر من حمولة التحنيب المرنة الحدية، إذ أنه عند حدوث التحنيب بشكل أولي يحدث إعادة توزيع للاجهادات الداخلية لتمكن العناصر من زيادة قدرتها لتحمل الأحمال بسبب ما يدعى قوة التحنيب اللاحق "Post-Buckling strength"، إذ إن السلوك ما بعد التحنيب مهم جداً للحصول على التصميم الأعظمي للعناصر الفولاذية المسحوبة على البارد، إنّ هذه العناصر الفولاذية إذا لم تأخذ بالحسبان استنادها على مادة النواة، فإنه يتم حل مسألة التحنيب الموضعي وحالة ما بعد حدوث التحنيب من أجل أغراض التصميم باستعمال مفهوم العرض الفعال؛ إذ إنّ صيغة العرض الفعال المستخدمة استخداماً واسعاً من قبل كثير من المعايير العالمية هي صيغة الباحث Winter، وفيها يتم استبدال العرض  $b$  للعناصر المضغوطة بقيمة مخفضة للعرض هي  $b_{eff}$  عند حساب خصائص المقطع المستخدمة في التصميم كما هو مبين في الشكل التالي:



الشكل (2-14) تحديد العرض الفعال لبلاطة العنصر السندويشي المعرضة للضغط [1]

إن صيغة الباحث Winter هي:

$$b_{eff} = \rho b$$

$$\rho = \frac{1}{\lambda} \left[ 1 - \frac{0.22}{\lambda} \right] \text{ for } \lambda > 0.673$$

$$\rho = 1.0 \text{ for } \lambda \leq 0.673$$

(29-2)

$$\lambda = 1.052 \left[ \frac{b}{t} \right] \sqrt{\frac{f_y}{E_f K}}$$

إذ إن:

$b_{eff}$ : العرض الفعال للبلاطة.

$f_y$ : إجهاد الخضوع للفلاد.

$E_f$ : معامل المرونة "يونغ" للفلاد.

$t$ : سماكة البلاطة المعدنية.

$K$ : ثابت التحنيط ويساوي 4 من أجل استناد بسيط على كامل حواف البلاطة.

إن منهج العرض الفعال يمكن أن يمتد ليشمل العناصر السندويشية ذات طبقات التغطية غير المستوية وذلك

بتعديل قيمة معامل التحنيط  $K$  بأخذ استناد النواة في الحسبان.

من الواضح أن قيمة معامل التحنيط  $K$  تتعلق زيادتها بصلاية البلاطة السندويشية والذي يتعلق بمادة النواة،

وبازدياد قيمة  $K$  تزداد قيمة إجهاد التحنيط الحدي  $\sigma_{cr}$ ، وكما نرى في المعادلات (27-2) و (28-2)، فإن

تأثير عملية الانضغاط في العلاقة ما بين النواة وطبقات التغطية تم إظهارها من خلال البارامتر  $R$ .

بالطريقة المبسطة يمكن الحصول على قيمة إجهاد التحنيط  $\sigma_{cr}$  بتصغير معامل التحنيط  $K$  بالنسبة إلى

بارامتر طول موجة التحنيط  $\phi$ ، لذلك فإن الاشتقاق بالنسبة إلى العلاقة  $\partial K / \partial \phi = 0$  من المعادلة (26-2)

كما هو مبين:

$$2n^4\phi - \frac{2}{\phi^3} + R(2n^2\phi^2 + 1)(n^2\phi^2 + 1)^{\frac{1}{2}} = 0 \quad (30-2)$$

إذا تم إهمال تأثير الاستناد المرن على النواة، فإن قيمة معامل التحنيب في العلاقة (25-2) تصبح  $K=4$ ، أما إذا اشترط استعمال تأثير الاستناد المرن في حساب إجهاد التحنيب الحدي لطبقات التغطية، فالمعادلة (30-2) يمكن أن تحل باستخدام طريقة عددية مناسبة ل  $\phi$  وتخمين قيمة  $K$ ، والتي ستوجد في المجال  $0 < R < 200$ ، ونجد حسب الباحث Davies وزملاؤه بأن نمط التحنيب الأولي  $n=1$  هي دوما الحدية [53]، كثرة من الصيغ الرياضية الواضحة صممت لحساب المعادلة (30-2) لإيجاد قيمة معامل التحنيب المحسن  $K$  في العناصر السندويشية ذات طبقات التغطية غير المستوية. إن هذه التقريبات العددية تعطى وفق الآتي:

1- باستخدام فرضية نصف المجال من قبل الباحث Davies وزملاؤه عام 1991م [53]:

$$K = 4 - 0.415 R + 0.703 R^2 \dots \text{With } \dots R = \frac{b}{t} \left[ \frac{E_c}{E_f} \right]^{1/3} \quad (31-2)$$

2- باستخدام نموذج الاستناد البسيط من قبل الباحث Davies وزملاؤه عام 1991م [53]:

$$K = 4 - 0.474 R + 0.985 R^2 \dots \text{With } \dots R = \frac{b}{t} \left[ \frac{E_c G_c}{E_f^2} \right]^{1/6} \quad (32-2)$$

3- باستخدام نموذج الاستناد المرن المقدمة من الباحثين Davies and Hakmi عام 1990م [54]:

$$K = [16 - 11.8 R + 0.055 R^2]^{1/2} \dots \text{With } \dots R = \frac{12(1 - \nu_f^2) \sqrt{E_c G_c}}{\pi^3 E_f} \left[ \frac{b}{t} \right]^3 \quad (33-2)$$

4- باستخدام مجال أوسع ل  $R$  من 0 وحتى 600 وأيضاً وفق نموذج الاستناد المرن من قبل الباحثين Mahendran and Jeevahan عام 1999م [55]:

$$K = [16 - 7 R + 0.02 R^2]^{1/2} \dots \text{With } \dots R = 0.35 \frac{\sqrt{E_c G_c}}{E_f} \left[ \frac{b}{t} \right]^3 \quad (34-2)$$

2-4-1-1- التجعد الناتج عن الثني لطبقات التغطية المستوية للعناصر السندويشية:

#### “Flexural Wrinkling of Flat Faced Sandwich Panel”

في عام 1974م قدم كل من الباحثين Chong and Hartsock طريقة لتوقع حدوث التحنيب الناتج عن الثني للعناصر السندويشية ذات نواة من الفوم “Foam” مع طبقات تغطية معدنية مسحوبة على الباراد [33]، لقد أشارت الدراسة إلى قضايا مهمة مثل إمكانية حساب إجهاد التجعيد الحدي Critical Wrinkling Stress من خصائص النواة وطبقات التغطية، كما يمكن حساب معامل القص لنواة الفوم اللدنة بطريقة بسيطة من خلال مقاييس التشوه الجانبي الذي يحدث خلال تطبيق اختبار الضغط، كما يمكن حساب أن إجهاد التجعيد الحدي هو قاعدة لتصميم حمولات الضغط المسموحة المطبقة على طبقات التغطية.



في عام 1986 أجرى الباحث Chong دراسات على العناصر السندويشية ذات طبقات تغطية معدنية نحيفة ومسحوبة على البارد [56]، وهذه الدراسات وصفت سلوك الهيكل السندويشي المتضمن إجهادات اللي والسهم، الاستقرار المحوري axial Stability، الإجهادات الحرارية، والطرق المستخدمة في الدراسة كانت طرق تحليلية وعددية وتجريبية.

العناصر السندويشية ذات طبقات التغطية المستوية لها اهتمام خاص من قبل صناعات الطيران، ولذلك التجعيد الناتج عن اللي كان له العديد من المهتمين بدراسته [57]، إن إجهادات التجعيد يمكن كشفها من خلال حساب أن النواة هي عبارة عن نصف مجال مرن. إذا اعتبرنا في الشكل (2-14) أن العرض b يزداد إلى ما لا نهاية فإننا نحصل على عنصر سندويشي ذي طبقات تغطية مستوية عريضة يمكننا فيه تحديد إجهادات التحنيط من خلال مبدأ نصف المجال المرن Elastic half-Space Principle.

يتم الحصول على مقاومة (تحمل) طبقات التغطية المستوية على التجعيد الانعطافي من خلال تبسيط المعادلة (2-24) وفق الآتي:

$$\sigma_{wr} = \frac{\pi^2 D}{a^2 t} + R \frac{a}{\pi t} \quad (35-2)$$

$$\text{Where } \dots R = \frac{2(1 - \nu_c) E_c}{(1 + \nu_c)(3 - 4\nu_c)} \dots (\text{half - Space}) \quad (36-2)$$

$$R = [E_c G_c]^{1/2} \dots (\text{Simplified}) \quad (37-2)$$

إن تصغير معادلة إجهادات التجعيد بالنسبة إلى طول نصف موجة التحنيط يعطى وفق الصيغة:

$$\frac{d\sigma_{wr}}{da} = -\frac{\pi^2 D}{a^3 t} + \frac{R}{\pi t} = 0$$

$$a = \pi \left[ \frac{2D}{R} \right]^{1/3} = \pi t \left[ \frac{E_f}{6(1 - \nu_f^2) R} \right]^{1/3} \quad (38-2)$$

$$\sigma_{wr} = \frac{1.89}{t} [DR^2]^{1/3} = 1.89 \left[ \frac{E_f R^2}{12(1 - \nu_f^2)} \right]^{1/3} \quad (39-2)$$

بتعويض قيمة المعامل R في المعادلة السابقة نحصل على الصيغة:

$$\sigma_{wr} = 1.89 \left\{ \frac{2(1 - \nu_c)^2}{3(1 - \nu_f^2)(1 + \nu_c)(3 - 4\nu_c)^2} \right\}^{1/3} (E_f E_c G_c)^{1/3} \quad (40-2)$$

(half - space)

$$\sigma_{wr} = 1.89 \left\{ \frac{1}{12(1 - \nu_f^2)} \right\}^{1/3} (E_f E_c G_c)^{1/3} \quad (41-2)$$

(Simplified)

إذا فرضنا أن قيم معاملات بواسون لمواد ليست من البوليميريتان هي كالاتي:  
 $\nu_f = 0.3$ .....and..... $\nu_c = 0.25$  فإننا نحصل على الصيغة:

$$\sigma_{wr} = 0.823(E_f E_c G_c)^{1/3} \dots\dots\dots(half - Space) \quad (42-2)$$

$$\sigma_{wr} = 0.852(E_f E_c G_c)^{1/3} \dots\dots\dots(Simplified) \quad (43-2)$$

وهذه هي الصيغ الرياضية المعتمدة من قبل الباحثين Chong and HartSock.

أما الباحث Winkler [2]، فإنه انطلاقاً من العلاقة (2-17) وباعتبار أن الإجهادات ثابتة على كامل سماكة النواة والقص في النواة مهملة، فإن موجة التجعيد  $w_c(x, z)$  تؤثر تأثيراً خطياً على كامل النواة، أبعد احتمال هو فرضها مساوية للصفر عندها يمكن أن نكتب كالاتي:

$$w_c(x, z) = w_f \left( 1 - \frac{z}{t_c} \right) \quad (44-2)$$

من أجل النواة التي تم اعتبارها وسطاً مستمراً دون الأخذ بالحسبان تأثير الصلابة على القص، أي  $G_c = 0$  فيمكن أن نكتب بالصيغة الآتية:

$$\varepsilon_z = \frac{dw_c}{dz} \quad (45-2)$$

$$\sigma_{cz} = E_c \varepsilon_z \quad (46-2)$$

إذ إن:

$\varepsilon_z$ : هو التشوه في النواة في الاتجاه  $Z$  والمتعامد مع صفيحة طبقة التغطية، بالحل المشترك للمعادلات من (2-17) - (44-2) - (45-2) - (46-2) تكون النتيجة:

$$K_z = \frac{E_c}{t_c} \quad (47-2)$$

أخيراً، المعادلة (2-11) تحل بافتراض أن دالة الانحناء الجيبية في صفيحة طبقة التغطية  $w_f$  في الاتجاه  $X$  كالاتي:

$$w_f = A \sin(\pi x / l) \quad (48-2)$$

إذ إن:

A: هو سعة الانحناء.

بالتعويض في المعادلة (11-2) فإن قيمة القوة المسببة للتجعيد  $F_x$  بدلالة  $l$  تعطى وفق الصيغة:

$$F_{Winkler} = 2\sqrt{D_f K_z} = 0.577 \sqrt{\frac{E_f t_f E_c}{t_c (1 - \nu_f^2)}} \quad (49-2)$$

إذ إن:

$V_f$ : معامل بواسون لطبقة التغطية.

$E_f$ : معامل المرونة لطبقة التغطية.

أما الباحثين Hoff-Meitner [43]، استنتجا عام 1945م نموذجاً بالاعتماد على طريقة الطاقة الكامنة، حيث تم افتراض شكل الانحناء الجيبي لصفحة طبقة التغطية كما هو موضح في المعادلة (2-48)، وتصبح الأمواج لا خطية في النواة على العمق  $h$ ، وهذا مبين وفق الصيغة:

$$w_c(x, z) = \frac{A(h-z)}{h} \sin \frac{\pi x}{l} \quad (50-2)$$

بدمج المعادلتين (2-45) و (2-46)، فإن إجهادات (الشد / الضغط) في النواة، والعمودية على صفحة طبقة التغطية تعطى وفق الصيغة:  $\sigma_{cz} = E_c \partial w_c / \partial z$ . إذا تم افتراض أن الانتقال هو فقط في الاتجاه z دون افتراض حدوث انتقال في الاتجاه x وهذا يعني  $u_c = 0$ ، ثم إن إجهاد القص في النواة يعطى وفق الصيغة:

$$\tau_{cxz} = G_c \left( \frac{\partial w_c}{\partial x} + \frac{\partial u_c}{\partial z} \right) = G_c \frac{\partial w_c}{\partial x} \quad (51-2)$$

وباعتبار أن معادلة الطاقة الكامنة الكلية هي:

$$\Pi = U_f + U_c + \Omega \quad (52-2)$$

إذ إن:

$U_f$ : الطاقة الكامنة في صفحة طبقة التغطية.

$U_c$ : الطاقة الكامنة في النواة.

$\Omega$ : عمل القوة الخارجية  $F_x$ .

و قيمة كل حد فيها يعطى وفق الصيغة:

$$U_f = \frac{D_f}{2} \int_0^l \left( \frac{d^2 w_f}{dx^2} \right)^2 dx \quad (53-2)$$

$$U_c = \frac{1}{2E_c} \int_0^l \int_0^h \sigma_{cz}^2 dx dz + \frac{1}{2G_c} \int_0^l \int_0^h \tau_{cxz}^2 dx dz \quad (54-2)$$

$$\Omega = -\frac{1}{2} \int_0^l F_x \left( \frac{d^2 w_f}{dx^2} \right)^2 dx \quad (55-2)$$

إن قيمة الطاقة الكامنة الكلية تنتهي إلى الصفر عندما تنتهي سعة الانحناء A إلى الصفر، عندها نحصل على قيمة القوة  $F_x$  بدلالة طول الموجة  $l$  و  $h$ .

وتحديد الحد الأدنى للقوة  $F_x$  بدلالة  $l$  و  $h$  المسببة لحدوث التجعيد يؤدي إلى تحديد قيمة إجهاد الضغط الحدي المتماثل التي بينت سابقاً بالمعادلتين (6-2) و (5-2) باعتبار أن  $h = w$ :

$$\text{If } h < t_c / 2 \quad (56-2)$$

$$\sigma_{hoff} = 0.91 \sqrt[3]{E_f E_c G_c}$$

$$\text{If } h \geq t_c / 2 \text{ (thin Core)} \quad (57-2)$$

$$\sigma_{hoff} = 0.817 \sqrt[3]{\frac{E_f E_c t_f}{t_c}} + 0.166 G_c \left( \frac{t_c}{t_f} \right)$$

أما الباحث Plantema [3]، فقد اقترح نموذجاً عام 1966م، منطلقاً من طريقة الحل المعتمدة من قبل الباحثين Hoff and mautner، ولكن كان لديه اختلاف وحيد هو بافتراض تابع أسي لتشوه النواة:

$$w_c(x, z) = A e^{-kz} \sin \frac{\pi x}{l} \quad (58-2)$$

إذ إن:

$k$ : بارامتر مجهول في النموذج.

طريقة الطاقة الكامنة الكليّة الموصّفة بالمعادلات (2-52) إلى (2-55)، وباعتبار أنّ قيمة الطاقة الكامنة الكليّة تنتهي إلى الصفر عندما تنتهي سعة الانحناء A إلى الصفر، عندها نحصل على قيمة القوة  $F_x$  بدلالة طول الموجة  $l$  و  $h$ .

وتحديد الحد الأدنى للقوة  $F_x$  بدلالة  $l$  و  $h$  المسببة لحدوث التجعيد يقودنا لتحديد قيمة قوة الضغط الحدي بافتراض أن صفيحة طبقة التغطية غير متماثلة الخواص في الاتجاهات الثلاثة وهي:

$$P_{plantema} = \frac{3}{2} \sqrt[3]{2D_f E_c G_c} \quad (59-2)$$

إذ إنّ:

$D_f$ : هي العطالة التي تبديها صفيحة طبقة التغطية على الإنحناء.

أما إذا افترضنا أن صفيحة التغطية متماثلة الخواص في الاتجاهات الثلاثة فإنّ المعادلة السابقة تصبح:

$$\sigma_{plantema} = 0.85 \sqrt[3]{E_f E_c G_c} \quad (60-2)$$

ولكن عملياً عند إجراء التجارب المختلفة فإن قيمة إجهاد التجعيد يكون أقل من نتيجة العلاقتين السابقتين لذلك يمكن اعتبار أن:

$$\sigma_{wr} = \alpha (E_f E_c G_c)^{1/3} \quad (61-2)$$

إنّ المعامل  $\alpha$  هو ثابت، يمكن تحديده تجريبياً على منتجات محددة.

## 2-4-2- الطريقة التحليلية:

لإيجاد الحل التحليلي لإجهاد التجعيد الحدي المتماثل للعناصر السندويشية

“Analytic Solution for the Symmetrical Wrinkling Stress” تمت العودة إلى مراجع متعددة اعتمدت توزيعاً متماثلاً للتشوهات عبر النواة، وطبقات التغطية مثلت على شكل بلاطات تستند على وسط مرن على كامل مساحتها، كما يبينه الشكل (2-9-a)؛ إذ أن الفرضيات المعتمدة في الدراسات كانت كالاتي بموجب [61] ، [60] ، [58] ، [59] ، [44] ، [43]:

1- الإجهادات في المستوي تعدّ مهملة في النواة، وإذا افترضنا أن المحاور X & Y هي في المستوي والمحور Z متعامد مع المستوي فيكون:

$$\sigma_{cx} = \sigma_{cy} = \tau_{cxy} = 0 \quad (62-2)$$

إذ إنّ:

$\sigma, \tau$ : الإجهادات الناعمية والإجهادات المماسية.

الدليل C رمز النواة.

2- التجعيد يتضمن التشوهات في المستوي، فإذا كان العنصر مضغوط في الاتجاه  $x$  فإن الإمالة الجانبية تكون في الاتجاه  $y$ .

3- اعتبار أن النواة وسط منتهي التماثل مع تناقصات في الإزاحة مع ازدياد قيمة الضغط.

4- إن طبقات التغطية نحيفة قياساً بسماكة النواة، وهذا يدل على أن إمالة كلا طبقتي التغطية تميز من خلال إزاحة سطح النواة.

5- تأثير معامل بواسون في النواة مهمل.

ومنه نحصل على:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} &= 0 && \text{In x direction} \\ \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} &= 0 && \text{In y direction} \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} &= 0 && \text{In z direction} \end{aligned} \quad (63-2)$$

باعتبار  $u, v, w$  هي انتقالات النواة في الاتجاهات  $x, y, z$  على التوالي فتكون علاقات التشوه والإجهادات وفق الآتي:

$$\begin{aligned} \tau_{xz} &= G_c \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ \tau_{yz} &= G_{cyz} \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\ &= G_{cyz} \frac{\partial v}{\partial z} \\ \sigma_z &= E_c \frac{\partial w}{\partial z} \end{aligned} \quad \begin{aligned} & \text{باعتبار أن } w \text{ مستقل عن } y \\ & \text{وإذا قمنا بإهمال تأثير معامل بواسون لمادة النواة} \end{aligned} \quad (64-2)$$

تصبح المعادلة الثالثة:

$$G_c \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + E_c \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = 0 \quad (65-2)$$

بالعودة إلى [52] نجد أن:

$$w = w_0 e^{kz} \sin \frac{\pi x}{L} \quad (66-2)$$

إذ إن:

$L$ : طول موجة التحبيب

$$w_0: \text{الانتقال عند } z = 0 \text{ and } x = \frac{L}{2}$$

بالاستبدال في المعادلة (65-2) نحصل على الآتي:

$$K = \frac{\pi}{L} \left( \frac{G_c}{E_c} \right)^{1/2} \quad (67-2)$$

لذلك:

$$w_s = (w)_{z=0} = w_0 \sin \frac{\pi x}{L}$$

$$\sigma_s = (\sigma_z)_{z=0} = E_c K w_0 \sin \frac{\pi x}{L}$$

معادلات التوازن لعنصر الوجه لها نفس صيغة معادلات الجوائز والأعمدة [51]:

$$\frac{dM}{dx} - Q = 0$$

$$- \frac{dQ}{dx} + P \frac{d^2 W_s}{dx^2} + \sigma_s = 0$$

$$M = -D \frac{d^2 W_s}{dx^2}$$

إذ إن:

$M, Q$ : عزم الانحناء وقوة القص على واحدة الطول من طبقات التغطية.

$P$ : القوة المحورية المطبقة على طبقة التغطية.

$\sigma_s$ : إجهاد الطبقة الداخلية من العنصر السندويشي.

$D$ : صلابة الانحناء لطبقة التغطية حيث  $D = \frac{1}{12} E_f t_f^3$ .

بإزالة  $M, Q$  من المعادلات التوازنية تكون المعادلة الناظمة لتشوه طبقة التغطية هي:

$$D \frac{d^4 w_s}{dx^4} + P \frac{d^2 w_s}{dx^2} = -\sigma_s \quad (68-2)$$

بإستبدال التعابير  $w_s$  و  $\sigma_s$  في المعادلة وإجراء العمليات المطلوبة نحصل على العلاقة الآتية:

$$P = D \left( \frac{\pi}{L} \right)^2 + E_c K \left( \frac{L}{\pi} \right)^2 \quad (69-2)$$

الطول الحدي للموجة المتشكلة عند تطبيق الحمولة المحورية نحصل عليها بإجراء الاشتقاق الآتي:

$$\frac{dP}{dL} = 0$$

وهذا يؤدي إلى:

$$L_{cr} = \left( \frac{2\pi^3 D}{\sqrt{E_c G_c}} \right)^{1/3}$$

ولذلك:

$$P_{cr} = 0.825 t_f (E_f E_c G_c)^{1/3}$$

والإجهاد الحدي يكون حسب Timoshenko:

$$\sigma_{cr} = 0.825 (E_f E_c G_c)^{1/3} \quad (70-2)$$

والباحث Allen [4] قام بوضع نموذج في عام 1969م، مثل النماذج السابقة، تم فيه افتراض جائز رقيق (صفحة طبقة التغطية) معرض لقوتين ضاغطين في طرفيه، ويستند استناد مرن مستمر على مادة النواة، لذلك فالمعادلة التفاضلية المستخدمة لجائز أو بلاطة متجانسة الخواص معرضة لعزم هي نفسها (2-11)، وقد افترض أيضاً:

- النواة متجانسة الخواص.

- التجعيد في طبقة التغطية يظهر كتابع جيبي يمثل بالمعادلة (2-48).

وعدّ أن الإجهاد في النواة يعطى وفق الصيغة:

$$\sigma_{cz} = -\frac{a'}{l} A \sin \frac{\pi x}{l} \quad (71-2)$$

إذ إنّ:  $a' = \frac{2\pi E_c}{(3 - \nu_c)(1 + \nu_c)}$ ، أمّا  $\nu_c$  فهو معامل بواسون للنواة.

بحل المعادلة التفاضلية (2-11) باستخدام المعادلة (2-71) للإجهادات في النواة، نحصل على قيمة  $F_x$  كتابع بدلالة  $l$ .

إنّ تحديد الحد الأدنى ل  $F_x$  بدلالة  $l$  المسببة لحدوث التجعيد يقودنا إلى قوة الضغط الحدية المبينة كالتالي:

$$P_{Allen} = 0.883 \sqrt{D_f a'^2} \quad (72-2)$$

إذا افترضنا أن صفحة طبقة التغطية متماثلة الخواص وباعتبار أنّ  $G_c = E_c / 2(1 + \nu_c)$ ، يكون الإجهاد الحرج:

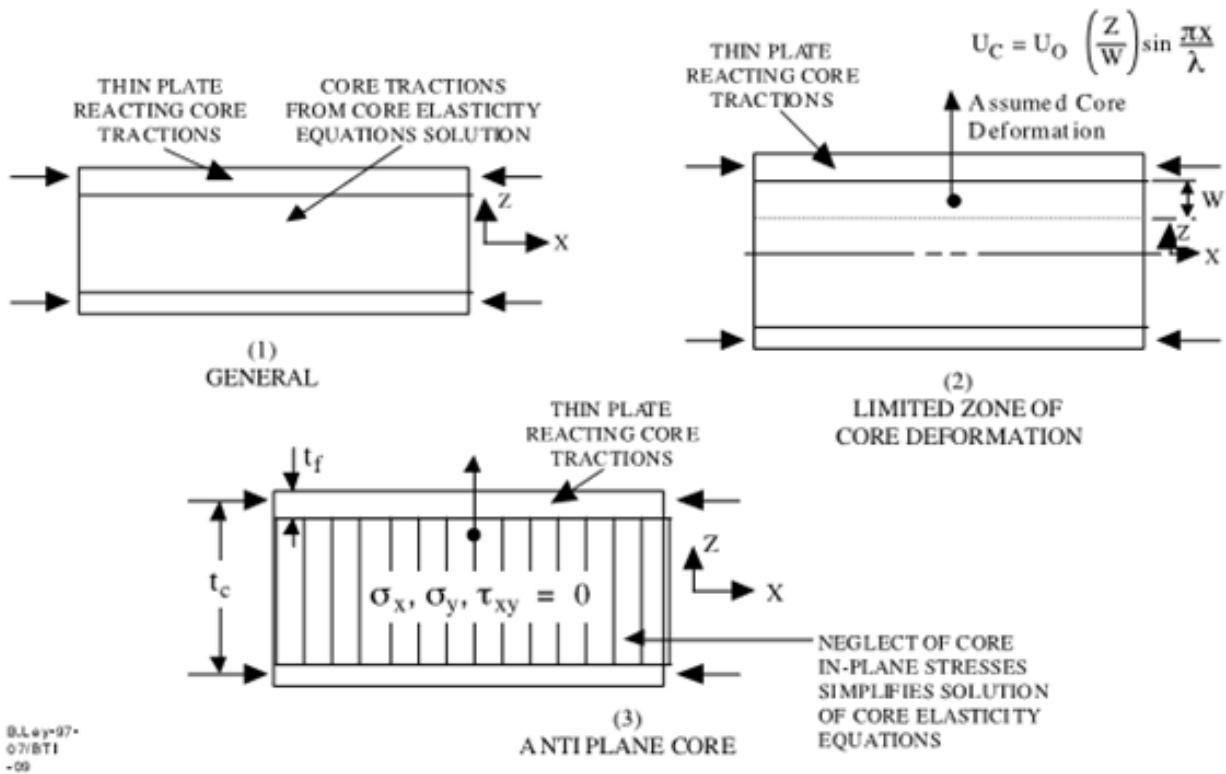
$$\sigma_{Allen} = 0.783 \sqrt{E_f E_c G_c} \quad (73-2)$$



يلخّص الجدول الآتي صيغ العلاقات المستنتجة من قبل هؤلاء الباحثين المذكورين:

العلاقة	طريقة الاستقائب	النظرية
$\sigma_{wr} = 0.823(E_f E_c G_c)^{1/3} \dots\dots\dots(half - Space)$ $\sigma_{wr} = 0.852(E_f E_c G_c)^{1/3} \dots\dots\dots(Simplified)$	طريقة الطاقة	Chong – HartSock
$F_{Winkler} = 2\sqrt{D_f K_z} = 0.577 \sqrt{\frac{E_f t_f E_c}{t_c (1 - \nu_f^2)}}$	طريقة الطاقة	Winkler
<p>If <math>h &lt; t_c / 2</math></p> $\sigma_{hoff} = 0.91 \sqrt[3]{E_f E_c G_c}$ <p>If <math>h \geq t_c / 2</math> (thin Core)</p> $\sigma_{hoff} = 0.817 \sqrt[3]{\frac{E_f E_c t_f}{t_c}} + 0.166 G_c \left( \frac{t_c}{t_f} \right)$	طريقة الطاقة	Hoff–Meitner
$\sigma_{plantema} = 0.85 \sqrt[3]{E_f E_c G_c}$	طريقة الطاقة	Plantema
$\sigma_{cr} = 0.825 (E_f E_c G_c)^{1/3}$	الطريقة التحليلية	Timoshenko
$\sigma_{Allen} = 0.78 \sqrt[3]{E_f E_c G_c}$	الطريقة التحليلية	Allen

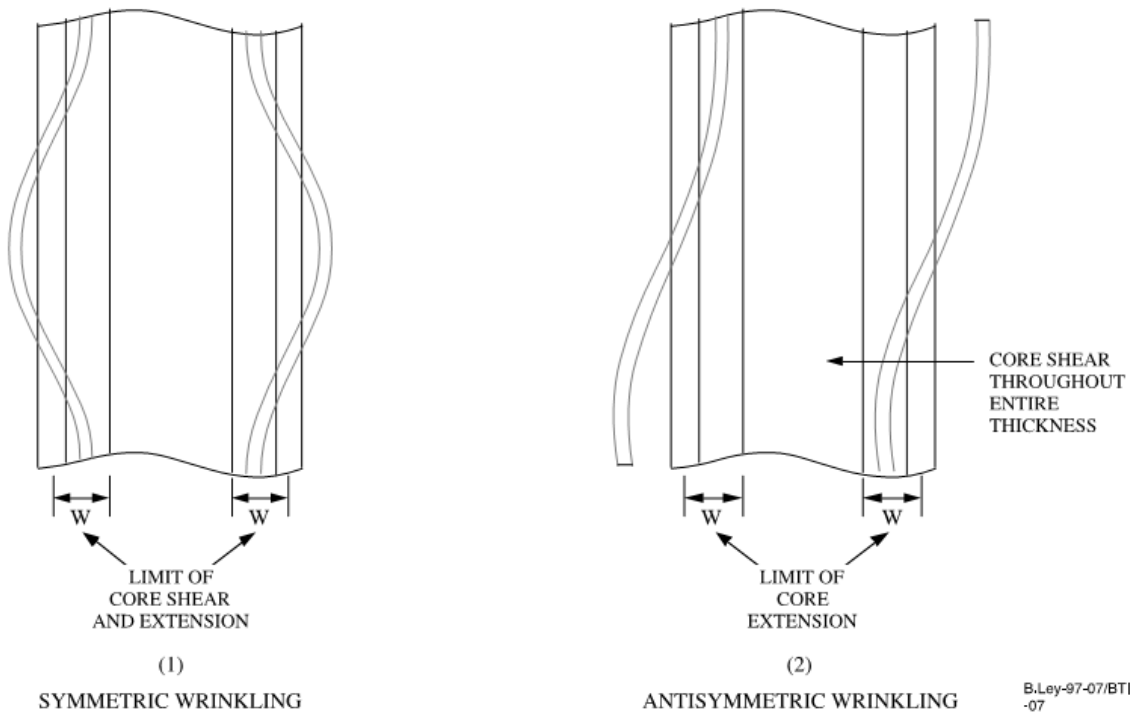
كما أعطي في المرجع [52] الجدول الآتي المقارن بين النتائج المنجزة من قبل كثرة من العلماء والباحثين الآخرين، وذلك باعتماد النماذج الرياضية المبينة في الشكل (2-15):



B.Ley-97-07/BTI-09

الشكل (15-2) ملخص عن النماذج الرياضية لتجعيد طبقات التغطية

و حيث أن  $W$  موضحة في هذا الشكل:



B.Ley-97-07/BTI-07

الشكل (16-2) تمثيل التجعيد المتماثل والغير متماثل [52]

$\sigma_{wr}$	Mathematical Model انظر الشكل (2-15)	Reference
$0.79(E_f E_c G_c)^{1/3}$	(1)	Gough, Elam, and de Bruyne
$0.76(E_f E_c G_c)^{1/3}$	(1)	Cox and Riddell
$0.91(E_f E_c G_c)^{1/3}$	(2)	Hoff and Mautner
$0.96(E_f E_c G_c)^{1/3}$	(2)	Yusuff. W<1/2
$0.82(E_f E_c G_c)^{1/3}$	(2)	Yusuff. W=1/2
$0.82E_f \sqrt{\frac{E_c t_f}{E_f t_c}}$	(2)	Yusuff. W>1/2
$\frac{0.83}{(1-\nu_f^2)^{1/3}} (E_f E_c G_c)^{1/3}$	(2)+(3)	Williams
$\frac{0.82E_f}{\sqrt{1-\nu_f^2}} \sqrt{\frac{E_c t_f}{E_f t_c}}$	(3)	Hemp

بمقارنة أغلب النتائج السابقة نجد أنها تعتمد الصيغة الآتية:

$$\sigma_{wr} = \alpha (E_f E_c G_c)^{1/3} \quad (74-2)$$

حيث تختلف الصيغ المتعددة لإجهاد التجعيد الحرج عن بعضها بالمعامل  $\alpha$  المرتبط بنوع مادة النواة ونمذجتها وطريقة التحليل المعتمدة في الحل. لقد توصلت أغلب المراجع إلى الاتفاق على إمكانية تحديد قيمة هذا المعامل تجريبياً وفقاً للمنتجات المحلية في كل بلد. ضمن هذا المنحى يأتي إسهامنا الجوهري في هذا البحث لتحديد هذا المعامل  $\alpha$  المتعلق بمنتجاتنا المحلية للعناصر السندويشية المكوّنة من طبقتي تغطية معدنيتين ونواة من مادة البوليأوريثان.

# الفصل الثالث

## الدراسة التجريبية

3- الفصل الثالث:
3-1- مقدمة:
3-2- تجارب تحديد قيمة إجهاد التجميد:
3-1-2- تحضير التجربة:
3-2-2- النتائج التجريبية للعينات المجربة:
3-3- تجارب تحديد معامل القص العرضاني:
3-1-3- تحضير التجربة:
3-4- مقاومة الضغط ومعاملات المرونة لمادة النواة:
3-1-4- تحضير التجربة:
3-5- حساب قيمة المعامل $\alpha$ لعلاقة الإجهاد الحرج:

**3-1-1- مقدمة:**

لإنجاز هذا البحث تم استحضار عينات عشوائية من منتجات شركة كريم الصناعية والتجارية والتي تقع مصانعها في حلب - الشيخ نجار، وكانت العينات بسماكة كلية للعينة 81 ملم وسماكة طبقة التغطية الواحدة 0.5 ملم، إذ إن النواة من مادة البوليوثيرتان بسماكة 80ملم، وطبقات التغطية من الفولاذ ST-52 حسب تجربة الشد التي طبقناها.

كانت العينات مغلفة بمادة بلاستيكية رقيقة وطبقات التغطية مدهونة باللون الأبيض، وهي بطول 2.5م وبعرض 97 سم.

اضطررنا إلى قص هذه العينات بأبعاد تتناسب مع مستلزمات إمكانية إجراء التجارب عليها بأجهزة التجريب المخبرية المتوفرة في مخبر تجريب المواد في كلية الهندسة المدنية؛ إذ قصت العينات بطريقة يدوية لعدم توافر جهاز يمكننا من قصها قصاً دقيقاً وتم استخدام البياكوليس لقياس الأبعاد المختلفة.

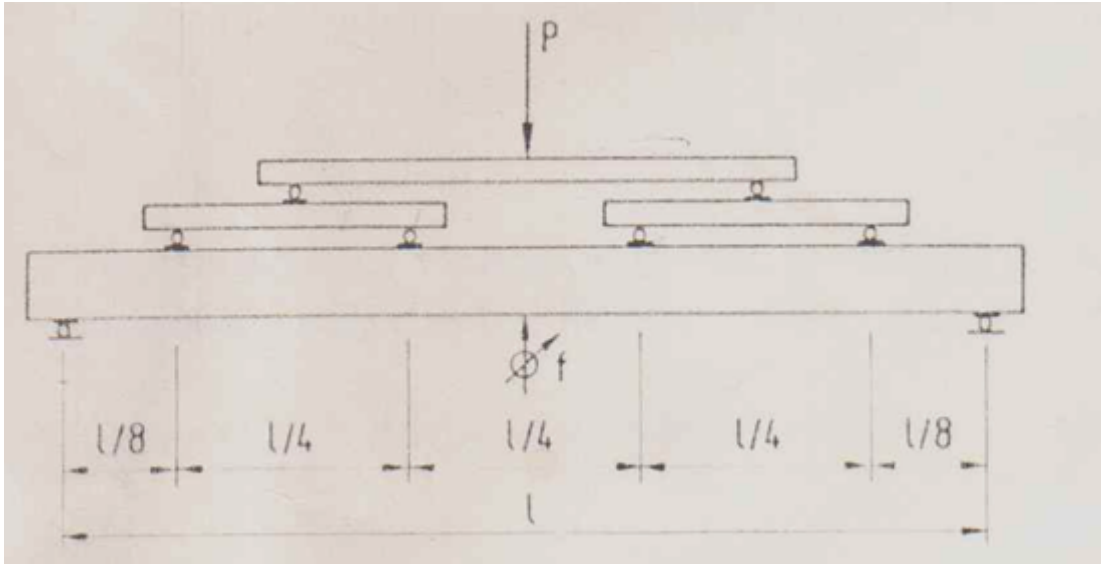
تم تحضير 7 عينات لإجراء تجربة تحديد إجهاد التجعيد، و 14 عينة لإجراء تجربة تحديد معامل القص العرضاني، و 40 عينة لإجراء تجربة تحديد معامل مرونة النواة بأبعاد 5×5 سم وثلاث عينات بأبعاد 10×10 سم.

تم تصنيع جهاز نقل الحمولة لتجربتي تحديد إجهاد التجعيد، وتحديد معامل القص العرضاني وفق أبعاد محددة مأخوذة من مراجع مختلفة، وكودات عالمية متعددة.

أجريت التجارب كلها باستخدام جهاز موجود في مخبر تجريب المواد في كلية الهندسة المدنية في جامعة تشرين، بعد تجهيزه بما تتطلبه التجربة، وبسرعة تحميل 60كغ/دقيقة.

**3-2-3- تجارب تحديد قيمة إجهاد التجعيد:****3-2-3-1- تحضير التجربة:**

أعدت الأجزاء التي ستنتقل الحمولة المركزة الأساس إلى جهاز نقل التحميل ومنه إلى عينة التجريب، بطريقة يتم توزيعها بالتساوي إلى أربع حمولات مركزة مؤثرة على العينة التي ستستند على مسندين طرفيين، المسافة بينهما 2م، وفقاً لما يبينه الشكل (3-1)؛ إذ  $L=2m$ .



الشكل (3-1) رسم توضيحي لكيفية تطبيق الحملات في تجربة تحديد قيمة التجعيد الحدي [62]

واستخدم لنقل الحمولة اللازمة جهاز التحميل المتوافر في مخبر تجريب المواد في كلية الهندسة المدنية في جامعة تشرين، الذي جُهِّز بوضع جائز ذي صلابة عالية على الانعطاف والقص مقارنة بصلابة العناصر السندويشية المجربة لاستبعاد تأثير تشوه الجائز الصلب على النتائج التجريبية للعنصر السندويشي، وثُبَّتَ عليه المسندان اللذان يستند عليهما العنصر السندويشي ( نسبة صلابة الجائز الحامل إلى العنصر السندويشي لا تقل عن 1/17).

كما تم تحضير جهاز نقل الحمولة بالشكل الذي تكفي صلابته لنقل الحمولة المقدمة من جهاز التحميل وتوزيعها إلى أربعة أجزاء متساوية منقولة إلى العينة المجربة عبر نقاط الاستناد الأربعة لجهاز التحميل على العينة. والجهاز موضح في الشكل (3-2).

ثبتت في وسط الفتحة تماماً ساعة قياس السهوم، أو الانتقالات الشاقولية المرافقة لتزايد الحملات المؤثرة على العينة المجربة، إذ يوضح الشكل (3-3) جهاز القياس المثبت على العينة.

إن تطبيق التحميل بهذه العناصر الناقلة للحمولة إلى عنصر التجريب يؤدي إلى خضوع مقاطع المجال المتوسط المحدد بين القوتين الداخليتين إلى العزم نفسه، وانعدام قوة القص على هذه المقاطع، كما يبينه الشكل (3-4). مما يعني أن أبعاد المقطع لم تتغير ضمن هذا المجال.

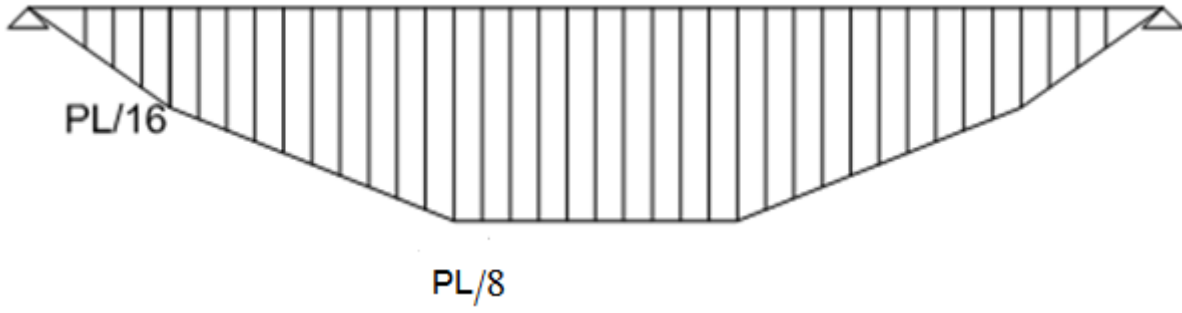
حضرت 7 عينات للتجريب بطول فعال قدره 2 متر وبعرض مختلف لهذه العينات وفقاً لما أمكن تصنيعه من العينات الموردة من المصنع.



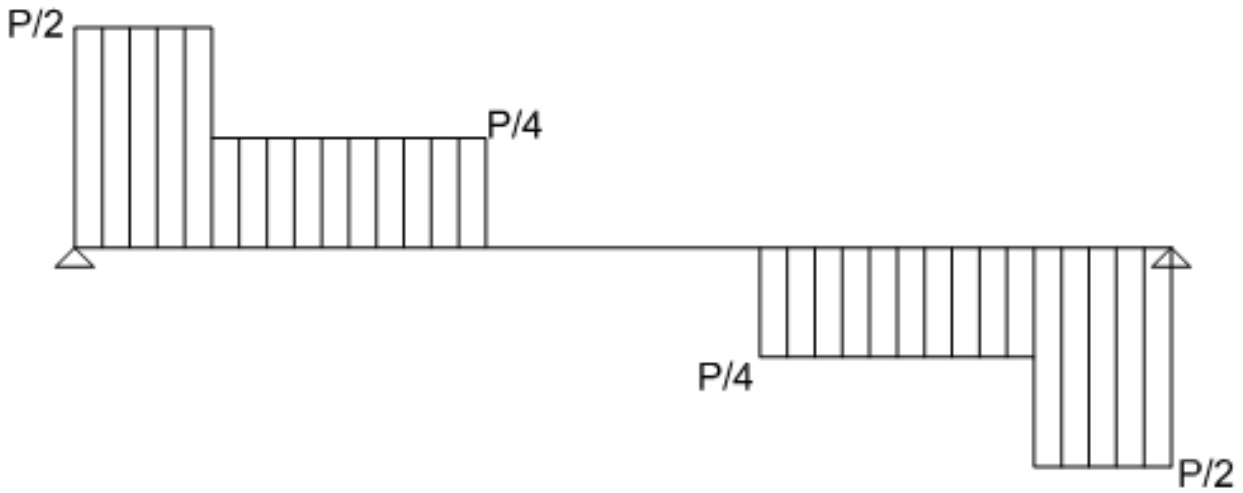
الشكل (2-3) جهاز التجريب المستخدم لإجراء تجربة تحديد إجهاد التجميع



الشكل (3-3) ساعة القياس المستخدمة لقياس السهوم في العينات



مخطط العزم النموذجي



مخطط القص النموذجي

الشكل (4-3) مخطط القص والعزم النموذجيين عند تطبيق الحمولة على العينة المجربة



## 3-2-2- النتائج التجريبية للعينات المجرية:

- العينة رقم /1/ : عرض العينة /47 سم/



الشكل (3-5) العينة 1 عند تطبيق الحمولة عليها مع إظهار جهاز القياس

يبين الجدول (3-1) القيم المختلفة لمراحل تطبيق الحمولة، والانتقالات الأعظمية المقابلة للحمولات المطبقة المقاسة بجهاز القياس، عندما طبق تزايد في الحمولة مقداره 20 كغ حتى انهيار العينة. كما يبين هذا الجدول قيمة العزم الأعظمي، والإجهاد الناظمي، المتكوّن في طبقتي التغطية عند كل مرحلة من مراحل تزايد الحمولة والمحسوب بموجب العلاقة الآتية [63]:

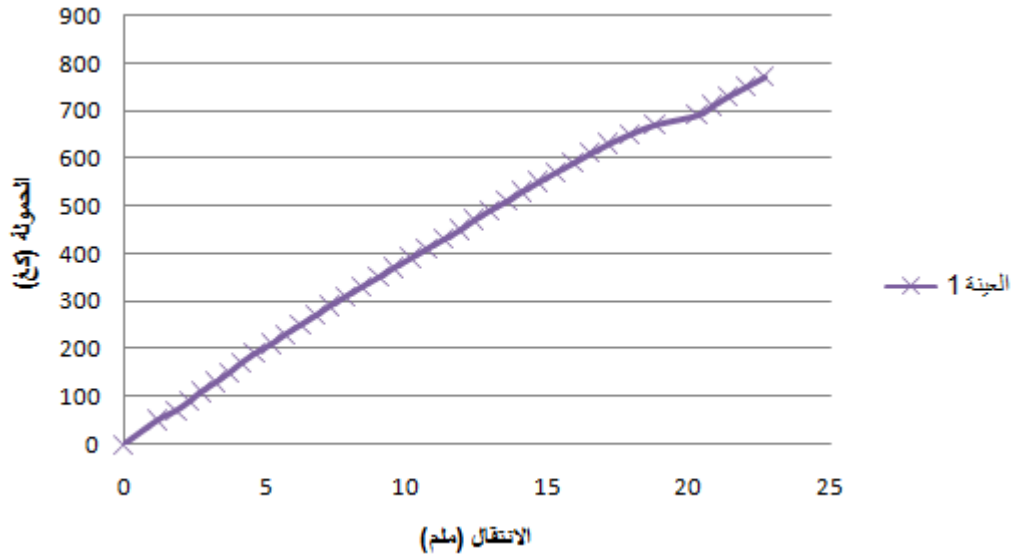
$$\sigma = \frac{M}{I} y \quad (1-3)$$

إذ ا: عزم العطالة حول محور شعاع العزم المتعامد مع مستوي التحميل.

$$Y=40.25 \text{ mm}$$

جدول رقم (1-3) نتائج تجريب العينة رقم 1 بعرض 47 سم					
الاجهاد	العزم	العطالة	السهم	الحمولة	الرقم
N/mm2	N.mm	Mm4	mm	Kg	
الاجهاد	العزم	العطالة	السهم	الحمولة	الرقم
0	0	761429.38	0	0	1
6.754328	127775	761429.38	1.2	51.11	2
9.397383	177775	761429.38	1.86	71.11	3
12.04044	227775	761429.38	2.33	91.11	4
14.68349	277775	761429.38	2.74	111.11	5
17.32655	327775	761429.38	3.27	131.11	6
19.9696	377775	761429.38	3.74	151.11	7
22.61266	427775	761429.38	4.15	171.11	8
25.25572	477775	761429.38	4.64	191.11	9
27.89877	527775	761429.38	5.23	211.11	10
30.54183	577775	761429.38	5.71	231.11	11
33.18488	627775	761429.38	6.26	251.11	12
35.82794	677775	761429.38	6.8	271.11	13
38.47099	727775	761429.38	7.3	291.11	14
41.11405	777775	761429.38	7.86	311.11	15
43.7571	827775	761429.38	8.43	331.11	16
46.40016	877775	761429.38	9.03	351.11	17
49.04321	927775	761429.38	9.56	371.11	18
51.68627	977775	761429.38	10.17	391.11	19
54.32932	1027775	761429.38	10.74	411.11	20
56.97238	1077775	761429.38	11.35	431.11	21
59.61544	1127775	761429.38	11.92	451.11	22
62.25849	1177775	761429.38	12.4	471.11	23
64.90155	1227775	761429.38	12.95	491.11	24
67.5446	1277775	761429.38	13.57	511.11	25
70.18766	1327775	761429.38	14.1	531.11	26
72.83071	1377775	761429.38	14.69	551.11	27
75.47377	1427775	761429.38	15.29	571.11	28
78.11682	1477775	761429.38	15.92	591.11	29
80.75988	1527775	761429.38	16.53	611.11	30
83.40293	1577775	761429.38	17.17	631.11	31
86.04599	1627775	761429.38	17.92	651.11	32
88.68904	1677775	761429.38	18.82	671.11	33
91.3321	1727775	761429.38	20.31	691.11	34
93.97516	1777775	761429.38	20.85	711.11	35
96.61821	1827775	761429.38	21.4	731.11	36
99.26127	1877775	761429.38	22.05	751.11	37
101.9043	1927775	761429.38	22.67	771.11	38
104.5474	1977775	761429.38	23.35	791.11	39
107.1904	2027775	761429.38	24.02	811.11	40
109.8335	2077775	761429.38	24.9	831.11	41

العينة رقم 1 / عرض العينة 470 مم /



الشكل (6-3) العلاقة بين الحمولة والسهم (كغ - ملم) للعينة الأولى

عند اقتراب القوة المطبقة من 750 كغ بدأ صدور أصوات دالة على تفكك طبقة التغطية للعينة عن النواة نتيجة بدء تكوّن التموجات في طبقات التغطية العلوية، إذ أصبح هذا النموذج أكثر وضوحاً مع استمرار زيادة الحمولة، إلى أن بلغت الحمولة تقريباً 850 كغ، إذ بقيت القوة ثابتة بعد ذلك، بينما استمر الانتقال بالتزايد مع تكوّن تشوهات موضعية كبيرة عند نقطة تطبيق الحمولة على العينة ما يشير إلى انهيار العينة تماماً.

يبين المخطط البياني في الشكل (6-3) العلاقة بين الحمولة والانتقال للعينة الأولى. إذ يستنتج من هذا المخطط أن العلاقة بين الحمولة والانتقال قد بقيت خطية تقريباً إلى أن بدء تكوّن التجعيد في طبقة التغطية عند بلوغ الإجهاد المطبق عليها تقريباً 100 Mpa، وتلى ذلك انفصالها التدريجي عن مادة النواة للعنصر السندويشي.

- العينات رقم (2) ، (3) ، (4) ، (5):

تبين الجداول (2-3) ، (3-3) ، (4-3) ، (5-3) النتائج التجريبية للعينات رقم 2 ، 3 ، 4 و 5 على الترتيب. كما تبين المخططات البيانية المعروضة في الشكل (7-3) العلاقة بين الحمولة والانتقال للعينات المذكورة.

جدول (2-3) نتائج تجريب العينة رقم 2 بعرض 15.8 سم					
الاجهاد	العزم	العطالة	السهم	الحمولة	الرقم
N/mm2	N.mm	Mm4	mm	Kg	
0	0	255969.88	0	0	1
20.09199	127775	255969.88	2.96	51.11	2
27.95424	177775	255969.88	4.19	71.11	3
35.8165	227775	255969.88	5.35	91.11	4
43.67875	277775	255969.88	6.69	111.11	5
51.541	327775	255969.88	7.75	131.11	6
59.40325	377775	255969.88	8.66	151.11	7
67.26551	427775	255969.88	9.89	171.11	8
75.12776	477775	255969.88	11.24	191.11	9
82.99001	527775	255969.88	12.52	211.11	10
90.85227	577775	255969.88	14.2	231.11	11
98.71452	627775	255969.88	14.2	251.11	12
106.5768	677775	255969.88	14.2	271.11	13
114.439	727775	255969.88	14.2	291.11	14
122.3013	777775	255969.88	14.2	311.11	15

العينة 2 / عرضها 158 مم /

جدول (3-3) نتائج تجريب العينة رقم 3 بعرض 17.4 سم					
الاجهاد	العزم	العطالة	السهم	الحمولة	الرقم
N/mm2	N.mm	Mm4	mm	Kg	
0	0	281890.88	0	0	1
18.24445	127775	281890.88	3.07	51.11	2
25.38374	177775	281890.88	4.27	71.11	3
32.52302	227775	281890.88	5.33	91.11	4
39.66231	277775	281890.88	6.42	111.11	5
46.8016	327775	281890.88	7.23	131.11	6
53.94089	377775	281890.88	8.42	151.11	7
61.08017	427775	281890.88	9.42	171.11	8
68.21946	477775	281890.88	10.46	191.11	9
75.35875	527775	281890.88	11.62	211.11	10
82.49804	577775	281890.88	12.92	231.11	11
89.63732	627775	281890.88	14.1	251.11	12
96.77661	677775	281890.88	15.26	271.11	13
103.9159	727775	281890.88	16.46	291.11	14
111.0552	777775	281890.88	17.8	311.11	15
118.1945	827775	281890.88	19.23	331.11	16
125.3338	877775	281890.88	20.75	351.11	17

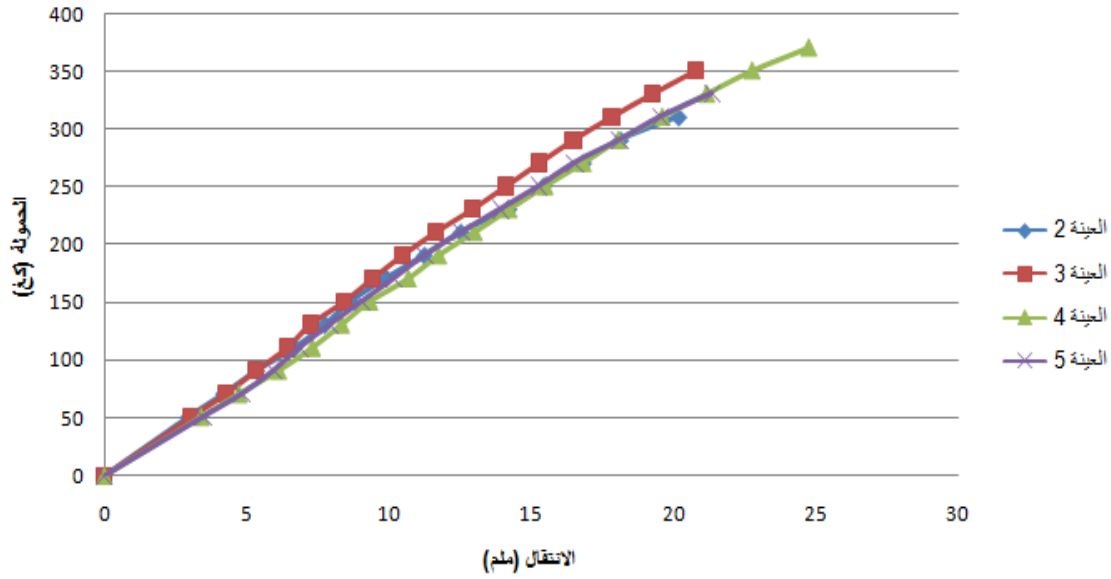
العينة رقم 3 / عرضها 174 ملم /

جدول (3-4) نتائج تجريب العينة رقم 4 بعرض 17.1 سم					
الاجهاد	العزم	العطالة	السهم	الحمولة	الرقم
N/mm2	N.mm	Mm4	mm	Kg	
0	0	277030.69	0	0	1
18.56453	127775	277030.69	3.4	51.11	2
25.82907	177775	277030.69	4.73	71.11	3
33.0936	227775	277030.69	6.12	91.11	4
40.35814	277775	277030.69	7.31	111.11	5
47.62268	327775	277030.69	8.33	131.11	6
54.88722	377775	277030.69	9.33	151.11	7
62.15176	427775	277030.69	10.68	171.11	8
69.41629	477775	277030.69	11.74	191.11	9
76.68083	527775	277030.69	13	211.11	10
83.94537	577775	277030.69	14.22	231.11	11
91.20991	627775	277030.69	15.48	251.11	12
98.47445	677775	277030.69	16.82	271.11	13
105.739	727775	277030.69	18.06	291.11	14
113.0035	777775	277030.69	19.6	311.11	15
120.2681	827775	277030.69	21.16	331.11	16
127.5326	877775	277030.69	22.76	351.11	17
134.7971	927775	277030.69	24.75	371.11	18

العينة رقم 4 / عرضها 171 ملم /

جدول (3-5) نتائج تجريب العينة رقم 5 بعرض 17 سم					
الاجهاد	العزم	العطالة	السهم	الحمولة	الرقم
N/mm2	N.mm	Mm4	mm	Kg	
0	0	275410.63	0	0	1
18.67373	127775	275410.63	3.47	51.11	2
25.981	177775	275410.63	4.83	71.11	3
33.28827	227775	275410.63	5.93	91.11	4
40.59554	277775	275410.63	6.86	111.11	5
47.90281	327775	275410.63	7.93	131.11	6
55.21008	377775	275410.63	9.05	151.11	7
62.51735	427775	275410.63	10.18	171.11	8
69.82463	477775	275410.63	11.26	191.11	9
77.1319	527775	275410.63	12.55	211.11	10
84.43917	577775	275410.63	13.92	231.11	11
91.74644	627775	275410.63	15.29	251.11	12
99.05371	677775	275410.63	16.52	271.11	13
106.361	727775	275410.63	18.12	291.11	14
113.6682	777775	275410.63	19.56	311.11	15
120.9755	827775	275410.63	21.35	331.11	16

العينة رقم 5 / عرضها 170 ملم /



الشكل (3-7) العلاقة بين الحمولة والانتقال ( كغ-ملم) للعينات 2 ، 3 ، 4 ، و 5

وتبين لنا نتيجة تحليل نتائج تجريب هذه العينات أنّ أمواج التجعيد قد بدأت بالتكوّن في هذه العينات جميعها عند اقتراب الإجهاد الناظمي من 100 Mpa أيضاً؛ إذ اضطريت قليلاً قيمة إجهاد التجعيد للعينات المختلفة حول القيمة المذكورة زيادة أو نقصاناً بحسب درجة جودة العينة المجربة، ولوحظت بعض العيوب التصنيعية في العينات المجربة، منها ما يبينه الشكل ( 3-8) في الصورتين المأخوذتين للعينتين رقم 2 و 3.



صورة العينة رقم 2: وجود النايلون في مادة الفوم



صورة العينة رقم 3: عدم الاملاء التام لمادة الفوم للفراغ الكامل بين طبقتي التغطية

الشكل ( 3-8 ) العيوب التصنيعية في العينات المجربة 2 و 3

تظهر الصورة الأولى للعينة رقم 2 وجود البقايا البلاستيكية ( النايلون ) ضمن مادة الفوم، بينما تظهر الصورة الثانية للعينة رقم 3 عدم إملاء مادة الفوم للفراغ الكامل المخصص لها نتيجة وجود ان فراغات واضحة في هذه المادة، وخاصة في جدار طبقة التغطية، إذ أدى وجود مثل هذه العيوب إلى عدم استمرارية الالتصاق الكامل لمادة الفوم بطبقة التغطية، الأمر الذي سيؤثر بلا شك على آلية العمل الموحد التام للعنصر المجرب.

كما تظهر الصورتان للعينة رقم 5 في الشكل ( 3-9 ) مثل هذه العيوب المذكورة أعلاه فضلاً عن حالة الانهيار المفاجئ نتيجة القص الذي حصل في العينة بزاوية 45 درجة في مجال القص الاعظمي المجاور للمسندين، إذ بلغ الإجهاد الناظمي المطبق على طبقتي التغطية في الجزء الأوسط من العنصر المجرب حوالي 124 Mpa.



صورة العينة رقم 5: انهيار العينة على القص



الانهيار مع العيب التصنيعي في العينة 5

الشكل ( 3-9 ) انهيار العينة 5



- العينتان رقم (6) ، (7) :

يبين الجدولان (6-3) و (7-3) نتائج التجريب لهاتين العينتين مع الإجهادات الناظمية الأعظمية على طبقتي التغطية المرافقة لمراحل التحميل المختلفة حتى انهيار العينة.

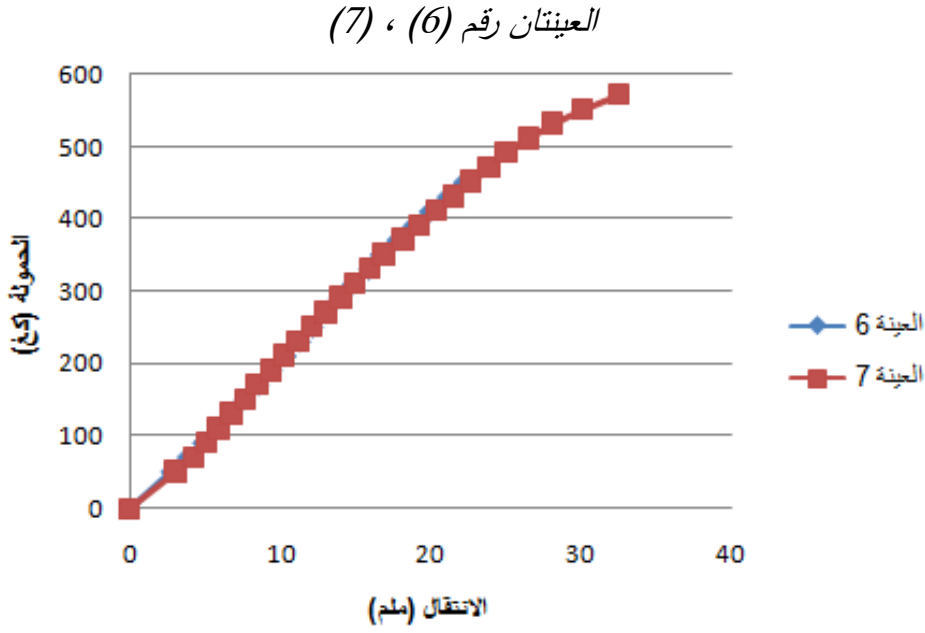
كما يظهر الشكل (10-3) المخططين البيانيين لعلاقة التحميل بالانتقالات الحاصلة لهاتين العينتين وهما بعرض 29.5 سم و 29.7 سم على الترتيب.

جدول (6-3) نتائج تجريب العينة رقم 6 بعرض 29.5 سم					
الاجهاد	العزم	العطالة	السهم	الحمولة	الرقم
N/mm <sup>2</sup>	N.mm	mm <sup>4</sup>	mm	Kg	
0	0	477918.44	0	0	1
10.96165	127775	477918.44	2.76	51.11	2
15.25109	177775	477918.44	3.84	71.11	3
19.54052	227775	477918.44	4.87	91.11	4
23.82996	277775	477918.44	5.88	111.11	5
28.11939	327775	477918.44	6.68	131.11	6
32.40882	377775	477918.44	7.6	151.11	7
36.69826	427775	477918.44	8.55	171.11	8
40.98769	477775	477918.44	9.43	191.11	9
45.27713	527775	477918.44	10.36	211.11	10
49.56656	577775	477918.44	11.31	231.11	11
53.856	627775	477918.44	12.15	251.11	12
58.14543	677775	477918.44	13.06	271.11	13
62.43487	727775	477918.44	13.88	291.11	14
66.7243	777775	477918.44	14.8	311.11	15
71.01374	827775	477918.44	15.87	331.11	16
75.30317	877775	477918.44	16.65	351.11	17
79.59261	927775	477918.44	17.75	371.11	18
83.88204	977775	477918.44	18.84	391.11	19
88.17148	1027775	477918.44	19.9	411.11	20
92.46091	1077775	477918.44	21.08	431.11	21
96.75035	1127775	477918.44	22.17	451.11	22

العينة رقم 6 عرضها 295 ملم

جدول (7-3) نتائج تجريب العينة رقم 7 بعرض 29.7 سم					
الاجهاد	العزم	العطالة	السهم	الحمولة	الرقم
N/mm <sup>2</sup>	N.mm	mm <sup>4</sup>	mm	Kg	
0	0	481158.56	0	0	1
10.88783	127775	481158.56	3.07	51.11	2
15.14838	177775	481158.56	4.27	71.11	3
19.40893	227775	481158.56	5.15	91.11	4
23.66948	277775	481158.56	5.92	111.11	5
27.93003	327775	481158.56	6.75	131.11	6
32.19058	377775	481158.56	7.69	151.11	7
36.45113	427775	481158.56	8.47	171.11	8
40.71168	477775	481158.56	9.41	191.11	9
44.97223	527775	481158.56	10.26	211.11	10
49.23278	577775	481158.56	11.19	231.11	11
53.49333	627775	481158.56	12.13	251.11	12
57.75388	677775	481158.56	13.06	271.11	13
62.01443	727775	481158.56	14.07	291.11	14
66.27498	777775	481158.56	15.03	311.11	15
70.53553	827775	481158.56	15.94	331.11	16
74.79608	877775	481158.56	16.93	351.11	17
79.05663	927775	481158.56	18.22	371.11	18
83.31718	977775	481158.56	19.3	391.11	19
87.57773	1027775	481158.56	20.4	411.11	20
91.83828	1077775	481158.56	21.54	431.11	21
96.09883	1127775	481158.56	22.72	451.11	22
100.3594	1177775	481158.56	23.9	471.11	23
104.6199	1227775	481158.56	25.08	491.11	24
108.8805	1277775	481158.56	26.52	511.11	25
113.141	1327775	481158.56	28.12	531.11	26
117.4016	1377775	481158.56	30.12	551.11	27
121.6621	1427775	481158.56	32.54	571.11	28

العينة رقم 7 عرضها 297 ملم



الشكل (3-10) العلاقة بين الحمولة والانتقال ( كغ-ملم) للعينتين 6 و7

إن ما ميّز العينة (6) احتواؤها على عيوب تصنيعية أكثر كما تظهر الصورتان في الشكل (3-11)، مما أدى إلى انهيارها المفاجئ عند بدء تكوين التجعيد في طبقة التغطية ببلوغ الإجهاد فيها حوالي 95 Mpa، بينما تجاوز إجهاد بدء تشكل التجعيد في العينة (7) المقدار 100 Mpa، وفقاً لما يتبين من الجدولين والمخططين البيانيين لنتائج التجريب.



(a)



(b)

الشكل (3-11) انهيار العينة رقم 6

(a) تأثير وجود بقايا النايلون على انهيار العينة.

(b) تأثير بقايا النايلون على الالتصاق التام.

لذلك يمكن أن تتلخص قيم الإجهادات الحرجة المؤدية إلى تكوين التجعيد في طبقة التغطية للعينات المجرية في الجدول (3-8)، إذ يتبين من هذه النتائج أن الإجهاد الحرج يتراوح حول القيمة

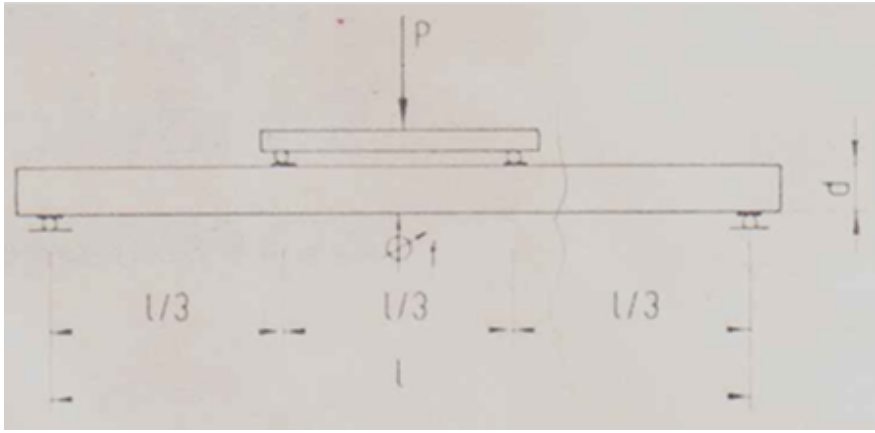
$$\sigma_{cr} = 100Mpa$$

الجدول (3-8) ملخص قيم الإجهادات الحرجة في العينات المجرية		
تقييم العينة	إجهاد التجعيد Mpa	العينة
	101	1
	101	2
	102	3
	100	4
	103	5
أكثر عيوباً	95	6
	104	7

### 3-3- تجارب تحديد معامل القص العرضي $G_c$ :

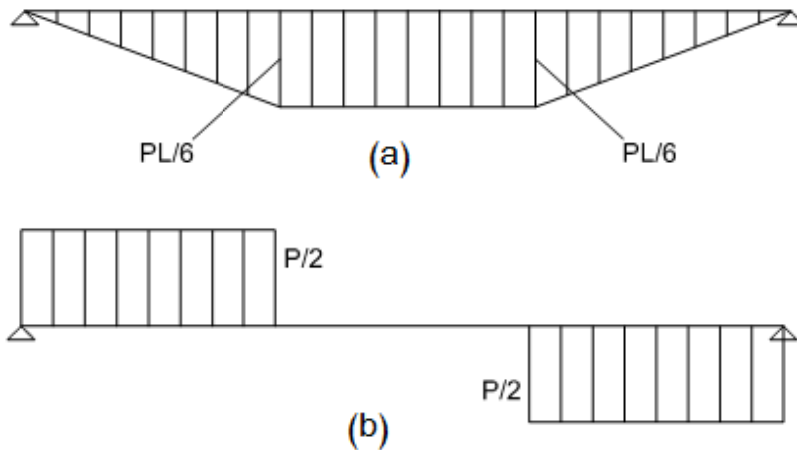
#### 3-3-1- تحضير التجربة:

لقد تبين لنا من دراستنا للمصادر المختلفة، أنه قد اعتمد لتحديد معامل القص العرضي للعناصر السندوبيشية بصفائح تغطية ونواة من مادة البوليوثيرتان أو ما يماثلها على إجراء تجارب الانعطاف على عينات بطول إجمالي 1.2م وبتباعد بين المساند 1م وخاضعة لتأثير قوتين متساويتين ومؤثرتين في موقعين متناظرين بالنسبة إلى وسط الجائز، بحيث يكون التباعد بينهما مساوياً لثلث طول الجائز المجرب، كما هو مبين في الشكل (3-13)، وذلك لرصد تأثير قوى القص على قيم الانتقالات الأعظمية المتكوّنة في الجائز المجرب والمقاسة بجهاز قياس الهبوطات خلال مراحل تزايد التحميل حتى حصول الانهيار.



الشكل (3-13) يوضح تجربة تحديد معامل القص العرضي [62]

نتيجة تطبيق هذا التحميل على العينة المجربة سيكون مخطط العزم والقص كما يبينهما الشكل (3-14).



b- مخطط القص النموذجي

الشكل (3-14) مخططا العزم والقص النموذجيان للعينات المجربة

a- مخطط العزم النموذجي      b- مخطط القص النموذجي

لذلك نقبل أن قيمة الانتقالات المقاسة على العينة المجربة، وخاصةً في المجالات التي تكون فيها الانتقالات مرتبطة خطياً مع القوى المسببة لها، ستكون مساوية إلى العلاقة التحليلية التي تم الحصول عليها في [64]-[50]، وهي:

$$w = \frac{23 F l^3}{648 D} + \frac{F l}{3V} \quad (2-3)$$

يمثل الحد الأول من الطرف اليميني للعلاقة الانتقال الناتج عن الانعطاف بإهمال صلابة الانعطاف للنواة، بينما يمثل الحد الثاني عن الانتقال بتأثير قوة القص على مادة النواة فقط نتيجة إهمال صلابة القص لطبقتي التغطية، ويقبل توزع ثابت لإجهاد القص على سماكة النواة نتيجة إهمال الإجهادات الناعمية التي يمكن أن تؤثر ضمن طبقة النواة.

تعني الرموز في العلاقة (2-3) الآتي:

$w$ : الانتقال /mm/.

$V = b.d.G_c$ : صلابة القص.

$D = E \frac{b t_c (d')^2}{2}$ : صلابة الانعطاف.

$b$ : عرض العينة /mm/.

$d$ : ارتفاع العينة /mm/.

$t_c$ : سماكة طبقة التغطية /mm/.

$d'$ : الارتفاع من منتصف طبقة التغطية العلوية الى منتصف طبقة التغطية السفلية mm.

$F = \frac{P}{2}$ : القوة المطبقة حيث أن  $F$  /الواحدة N/.

$l$ : طول العينة /mm/.

$G_c$ : معامل القص العرضاني للنواة /Mpa/.

إن قيمة الانتقال  $w$  ستكون مقاسة نتيجة إجراء التجربة؛ لذا فإن المجهول الوحيد في المعادلة (2-3) هو معامل القص العرضاني للنواة  $G_c$ ، ونستنتج من إصلاح هذه العلاقة أن:

$$G_c = \frac{6 D}{b d l^2 \left( \frac{18 w D}{F l^3} - \frac{23}{36} \right)} \quad (3-3)$$

ومنه سيتم، إذاً، حساب قيمة هذا المعامل بالعلاقة المعطاة بموجب قيم الانتقالات المقاسة على العينات التي سيتم اختيارها لتحقيق هذا الغرض.

لإنجاز إجراء التجارب المطلوبة وفقاً للشروط المذكورة أعلاه قمنا بتزويد جهاز التحميل المتوفر في مخبر تجريب المواد في كلية الهندسة المدنية في جامعة تشرين بجائز صلابته عالية على الانعطاف بالمقارنة مع العنصر السندويشي، لتوضع عليه مساند بتباعد 1م مشكلة نقاط الاستناد للعنصر السندويشي المجرب.

لقد أعدنا، أيضاً، جهاز التحميل المناسب لنقل الحمولة المطبقة من جهاز التحميل إلى الجائز المجرب عبر قوتين متساويتين في القيمة، بحيث يمثل التباعد بينهما ثلث مجاز الجائز، كما هو مبين في الشكل (15-3).



الشكل (15-3) تطبيق الحمولة مع عرض جهاز نقل الحمولة

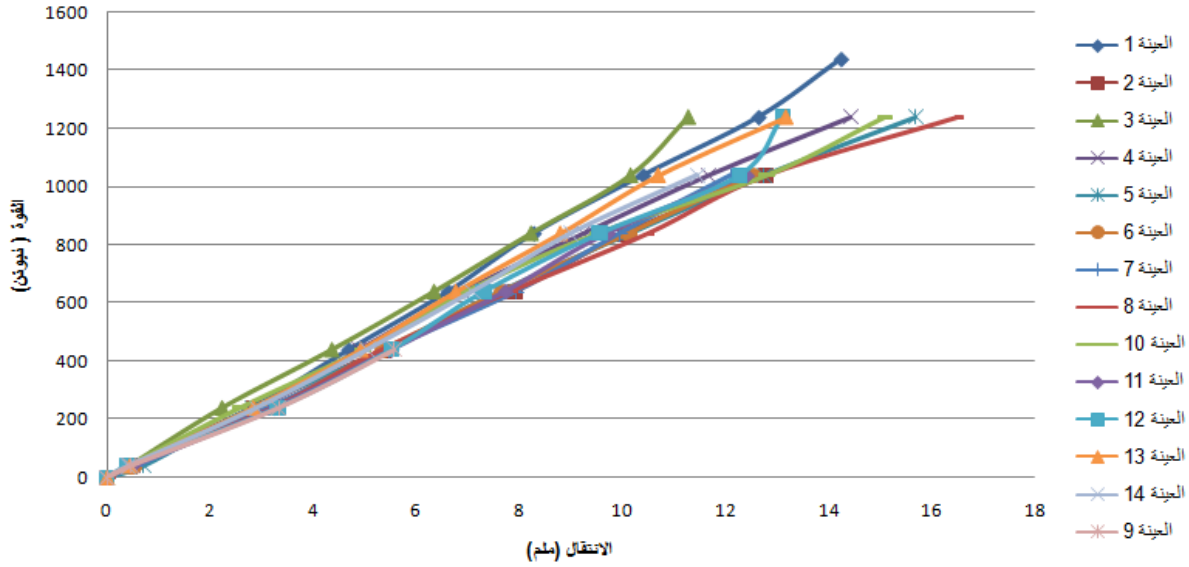
أجرينا التجارب على 14 عينة من العناصر السندويشية المعنية، وقيست الانتقالات فيها بواسطة جهاز القياس المثبت في وسط الجائز، ودونت نتائج هذه التجارب حتى انهيار العينات، المتمثل بالدرجة الأولى بتكون تجعيد طبقة التغطية، في الجدول (9-3) وفق الآتي:

الجدول (9-3) : نتائج تجارب معامل القص العرضاني							
معامل القص العرضاني	الإجهاد	العتالة	العزم	السهم	القوة	العرض	العينة
N/mm2	N/mm2	mm4	N.mm	mm	N	mm	
1.965303137	3.380234081	158766.125	13333.3333	0.43	40	98	1
1.810882786	20.28140449	158766.125	80000	2.8	240		
1.982065221	37.18257489	158766.125	146666.667	4.69	440		
2.042492341	54.0837453	158766.125	213333.333	6.62	640		
2.14332474	70.98491571	158766.125	280000	8.28	840		
2.112704965	87.88608611	158766.125	346666.667	10.4	1040		
2.072589221	104.7872565	158766.125	413333.333	12.64	1240		
2.136443889	121.6884269	158766.125	480000	14.24	1440		
1.882222358	3.3126294	162006.25	13333.3333	0.44	40	100	2
1.737432716	19.8757764	162006.25	80000	2.86	240		
1.696449529	36.4389234	162006.25	146666.667	5.37	440		
1.673081941	53.00207039	162006.25	213333.333	7.92	640		
1.728797169	69.56521739	162006.25	280000	10.06	840		
1.686183891	86.12836439	162006.25	346666.667	12.77	1040		
1.971854317	3.3126294	162006.25	13333.3333	0.42	40	100	3
2.228291312	19.8757764	162006.25	80000	2.23	240		
2.089445189	36.4389234	162006.25	146666.667	4.36	440		
2.090044415	53.00207039	162006.25	213333.333	6.34	640		
2.115789291	69.56521739	162006.25	280000	8.22	840		
2.121447436	86.12836439	162006.25	346666.667	10.15	1040		
2.278052043	102.6915114	162006.25	413333.333	11.27	1240		
1.623872599	3.3126294	162006.25	13333.3333	0.51	40	100	4
1.673081941	19.8757764	162006.25	80000	2.97	240		
1.862976259	36.4389234	162006.25	146666.667	4.89	440		
1.923200658	53.00207039	162006.25	213333.333	6.89	640		
1.882222358	69.56521739	162006.25	280000	9.24	840		
1.846707866	86.12836439	162006.25	346666.667	11.66	1040		
1.78040767	102.6915114	162006.25	413333.333	14.42	1240		
1.21503899	3.450655625	155526	13333.3333	0.71	40		
1.842031584	20.70393375	155526	80000	2.81	240		
1.754070561	37.95721187	155526	146666.667	5.41	440		
1.813791267	55.21048999	155526	213333.333	7.61	640		
1.786624007	72.46376812	155526	280000	10.14	840		
1.760579323	89.71704624	155526	346666.667	12.74	1040		
1.705559986	106.9703244	155526	413333.333	15.68	1240		
1.592643626	3.3126294	162006.25	13333.3333	0.52	40	100	6
1.572483163	19.8757764	162006.25	80000	3.16	240		
1.702791538	36.4389234	162006.25	146666.667	5.35	440		
1.729871915	53.00207039	162006.25	213333.333	7.66	640		
1.718547152	69.56521739	162006.25	280000	10.12	840		
1.718481838	86.12836439	162006.25	346666.667	12.53	1040		
1.482587697	3.380234081	158766.125	13333.3333	0.57	40		
1.614795775	20.28140449	158766.125	80000	3.14	240		

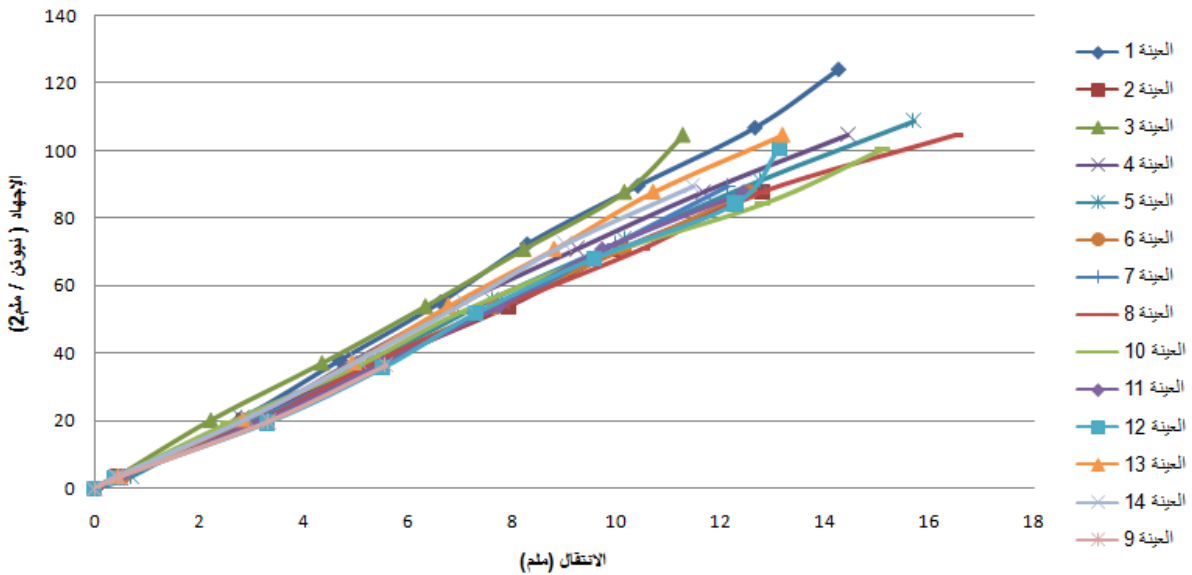


1.702536947	37.18257489	158766.125	146666.667	5.46	440				
1.70292682	54.0837453	158766.125	213333.333	7.94	640				
1.781791619	70.98491571	158766.125	280000	9.96	840				
1.812875004	87.88608611	158766.125	346666.667	12.12	1040				
2.019949601	3.3126294	162006.25	13333.3333	0.41	40	100	8		
1.547989158	19.8757764	162006.25	80000	3.21	240				
1.712393962	36.4389234	162006.25	146666.667	5.32	440				
1.696647001	53.00207039	162006.25	213333.333	7.81	640				
1.659511801	69.56521739	162006.25	280000	10.48	840				
1.686183891	86.12836439	162006.25	346666.667	12.77	1040				
1.557852155	102.6915114	162006.25	413333.333	16.48	1240				
1.800384667	3.3126294	162006.25	13333.3333	0.46	40				
1.492204671	19.8757764	162006.25	80000	3.33	240			100	9
1.635534412	36.4389234	162006.25	146666.667	5.57	440				
1.896011876	3.185220577	168486.5	13333.3333	0.42	40				
1.851917504	19.11132346	168486.5	80000	2.58	240	104	10		
1.766040303	35.03742634	168486.5	146666.667	4.96	440				
1.830630583	50.96352922	168486.5	213333.333	6.96	640				
1.758443166	66.88963211	168486.5	280000	9.51	840				
1.617529212	82.81573499	168486.5	346666.667	12.8	1040				
1.63591718	98.74183787	168486.5	413333.333	15.09	1240				
1.656350758	3.3126294	162006.25	13333.3333	0.5	40				
1.524246517	19.8757764	162006.25	80000	3.26	240			100	11
1.650349357	36.4389234	162006.25	146666.667	5.52	440				
1.714206486	53.00207039	162006.25	213333.333	7.73	640				
1.791113673	69.56521739	162006.25	280000	9.71	840				
1.735099286	86.12836439	162006.25	346666.667	12.41	1040				
2.041862858	3.185220577	168486.5	13333.3333	0.39	40				
1.443480819	19.11132346	168486.5	80000	3.31	240				
1.586873058	35.03742634	168486.5	146666.667	5.52	440	104	12		
1.742978684	50.96352922	168486.5	213333.333	7.31	640				
1.749246076	66.88963211	168486.5	280000	9.56	840				
1.687399586	82.81573499	168486.5	346666.667	12.27	1040				
1.882995454	98.74183787	168486.5	413333.333	13.11	1240				
1.882222358	3.3126294	162006.25	13333.3333	0.44	40				
1.749668439	19.8757764	162006.25	80000	2.84	240				
1.847860466	36.4389234	162006.25	146666.667	4.93	440	100	13		
1.957290764	53.00207039	162006.25	213333.333	6.77	640				
1.97633592	69.56521739	162006.25	280000	8.8	840				
2.012398188	86.12836439	162006.25	346666.667	10.7	1040				
1.947916171	102.6915114	162006.25	413333.333	13.18	1240				
2.061174179	3.380234081	158766.125	13333.3333	0.41	40				
1.742428605	20.28140449	158766.125	80000	2.91	240	98	14		
1.840766064	37.18257489	158766.125	146666.667	5.05	440				
1.907091006	54.0837453	158766.125	213333.333	7.09	640				
1.971854317	70.98491571	158766.125	280000	9	840				
1.918958575	87.88608611	158766.125	346666.667	11.45	1040				

إن التمثيل البياني للسهم الموافقة للحمولات والاجهادات المطبقة على العينات المجربة يبينه الشكل (16-3) و(17-3) على الترتيب.



الشكل (16-3) العلاقة بين القوة (N) والانتقال (mm) للعينات الأربع عشرة المختبرة



الشكل (17-3) العلاقة بين الإجهاد (Mpa) والانتقال (mm) للعينات الأربع عشرة المختبرة

لقد أظهرت أغلب العينات المجربة أن وضوح تكوّن تجعيد طبقة التغطية المضغوطة قد ارتبط إلى حدٍ كبيرٍ بالتشوهات أو الإجهادات الموضعية التي أحدثتها الحمولات المطبقة في مواضع تطبيقها؛ إذ ازداد هذا التكوّن وضوحاً كلما قلت إمكانية القوى المركزة المنقولة على سرعة إحداث التشوهات الموضعية في أماكن تطبيقها على العينات المجربة، والتي ارتبطت على ما يبدو بجودة مادة النواة المصنّعة، كما أظهرته الصورة المأخوذة للعينه رقم (2) المجربة والموضحة في الشكل (18-3)، الذي يبين أن التشوهات الموضعية قد تكونت بسرعة أكثر نتيجة وضوح سوء التصنيع.



الشكل (3-18): صورة العينة رقم (2) التثوه الموضعي الحاصل عند حدوث الانهيار مع إظهار انفصال مادة النواة عن بعضها

يوضح الشكل (3-19) انفصال طبقة التغطية العلوية في العينة رقم (8) التي تكوّنت فيها أمواج التجعيد وانفصالها التام عن نواة الفوم، حتى خارج نقطتي تطبيق الحمولة، والنتاج عن سوء في التصنيع.



(a)



(b)

الشكل (3-19) انهيار العينة رقم (8)

(a) توضح انفصال طبقات التغطية بين نقطتي تطبيق الحمولة

(b) انفصال طبقة التغطية عن النواة انفصلاً كاملاً نتيجة عدم الالتصاق التام بين نواة الفوم وطبقة

التغطية المعدنية

في الشكل (3-20) الذي يبين انهيار العينة رقم (9)، الذي تم بشكل مفاجئ عند قيمة للقوة المطبقة لم تتجاوز 500 نيوتن، إذ انفصلت طبقة التغطية العلوية انفصلاً كاملاً عن النواة، لعدم الالتصاق التام بين المادتين، ولوحظ وجود بقايا نايلون بينهما.



(a)



(b)

الشكل (3-20) انهيار العينة رقم (9)

(a) انفصال طبقات التغطية بين نقطتي نقل الحمولة

(b) انفصال طبقات التغطية عن النواة

أما الشكل (3-21) للعينة 10 فيوضح انفصال طبقة التغطية العلوية من دون حدوث تشوهات موضعية عند نقطتي تطبيق الحمولة نتيجة جودة النواة وعدم الالتصاق التام بين المادتين.

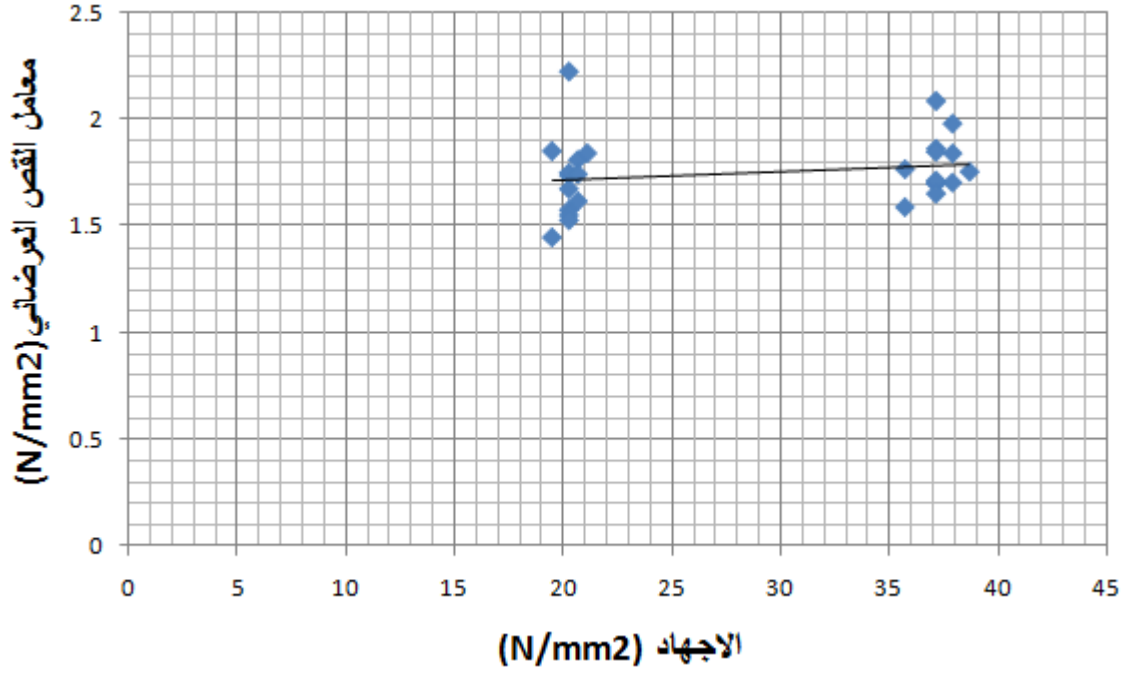


الشكل (3-21): انفصال مادة النواة عن طبقة التغطية للعينة 10 نتيجة جودة النواة، وعدم الالتصاق التام بين المادتين.

يمكننا أن نلخص النتائج الكلية التجريبية لقيم معامل القص العرضاني المقابل للاجهادات المطبقة بين 20 و 37 Mpa في الجدول (3-10). بينما يبين الشكل (3-22) التمثيل البياني لعلاقة القص العرضاني  $G_c$  بالإجهاد المطبق، حيث نستنتج من مقارنة هذه النتائج أنه يمكن القبول بقيمة للمعامل  $G_c$  هي:

$$G_c = 1.75128 \approx 1.75 \text{ N/mm}^2$$

الجدول (3-10) ملخص نتائج قيم معامل القص العرضاني الموافق للاجهادات المطبقة		
معامل القص العرضاني	الإجهاد المطبق	العينة
N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	
1.810882786	20.65931886	1
1.982065221	37.8754179	
1.737432716	20.24613248	2
1.696449529	37.11790955	
2.228291312	20.24613248	3
2.089445189	37.11790955	
1.673081941	20.24613248	4
1.862976259	37.11790955	
1.842031584	21.08972133	5
1.754070561	38.66448911	
1.572483163	20.24613248	6
1.702791538	37.11790955	
1.614795775	20.65931886	7
1.702536947	37.8754179	
1.547989158	20.24613248	8
1.712393962	37.11790955	
1.851917504	19.46743508	9
1.766040303	35.69029764	
1.524246517	20.24613248	11
1.650349357	37.11790955	
1.443480819	19.46743508	12
1.586873058	35.69029764	
1.749668439	20.24613248	13
1.847860466	37.11790955	
1.742428605	20.65931886	14
1.840766064	37.8754179	

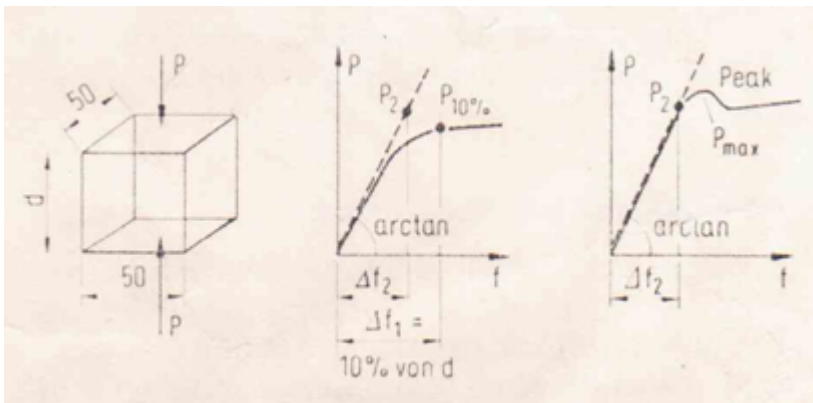


الشكل (3-22) تمثيل معامل القص العرضاني المقابل للاجهادات ورسم الخط المقارب

### 3-4-4- مقاومة الضغط ومعاملات المرونة لمادة النواة:

#### 3-4-4-1- تحضير التجربة:

لقد قبلت في المصادر ذات الصلة قيمة مقاومة الضغط لمادة النواة بأنها قيمة الذروة لإجهاد الضغط المسجل على العينة المختبرة، أو المقابلة لتشوّه مقداره  $\epsilon = 10\%$  كقيمة مُحدّدة لانتهاء مرحلة السلوك المرن، كما يبيّنه المخطط البياني في الشكل (3-23)، الذي يمثّل العلاقة بين الانتقالات والحمولات المطبقة على العينة المختبرة حتى انهيارها.



الشكل (3-23) العلاقة بين الانتقالات والحمولات المطبقة على العينة المختبرة حتى انهيارها [62]

يتضح من هذا المخطط، أنه عند عدم تكوّن واضح لقيمة الذروة لحمولة التجريب، فيصطلح على أنها القيمة المقابلة لتشوه مقداره 10%.

إذ لوحظ أنه نادراً ما تكوّن القيمة الأعظمية للإجهاد قبل بلوغ التشوه 10% =  $\varepsilon$  في مادة البوليثوريان المستخدمة في العناصر السندوبيشية.

يحدد معامل مرونة الضغط عموماً بميل المستقيم المعين كمناس لبداية مخطط الإجهاد التشوه للعينة المجربة، وهذا يتطابق إلى حدٍ كبيرٍ مع القيمة المستنتجة بموجب التغيير في المجال المرن لطول العينة المجربة المحسوب بموجب العلاقة:

$$\Delta l = \frac{P l}{E A} \quad (4-3)$$

ومنه يستنتج أن معامل المرونة للنواة هو:

$$E_c = \frac{P l}{\Delta l A} = \sigma \frac{l}{\Delta l} \quad (5-3)$$

إذا قبلنا بهذا السلوك المرن لمادة النواة ضمن مجال محدد للتحميل، فإنه يمكن استخدام العلاقات المتوفرة في المراجع لتحديد معامل بواسون لهذه المادة، ومنها [50]، إذ نجد أن:

$$\nu = \frac{E_c}{2G_c} - 1 \quad (6-3)$$

لقد أجرينا، لتحديد معاملات المرونة المذكورة، اختبارات على 40 عينة بأبعاد 8.1×5×5 سم، وثلاث عينات بأبعاد 8.1×10×10 سم، وكانت نتائج الاختبارات مبيّنة في الجدولين (3-11) و (3-12)، ونظراً لكون نتائج العينات الثلاثة 8.1×10×10 سم مكنتنا من إجراء قراءة أوضح لنتائج الاختبارات، سنقتصر عليها فقط في تقييم النتائج وحساب قيمة معامل مرونة مادة النواة.



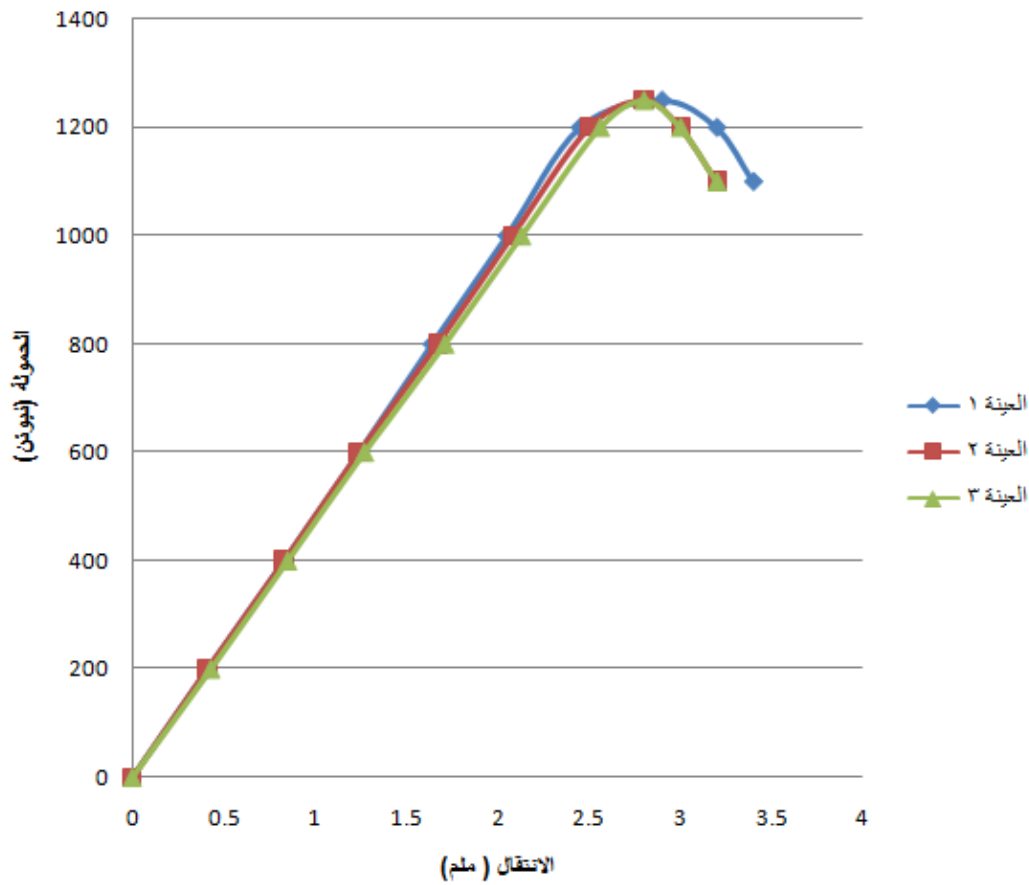
الجدول (3-11) نتائج التجارب على العينات بأبعاد 5×5×8.1سم

معامل مرونة النواة	السهام	القوة	العيينة
N/mm2	mm	N	
4.339150145	1.66	200	21
3.77779156	2.86	300	
2.945020155	2.42	200	22
3.299513322	3.24	300	
2.525252525	3.2	200	23
2.693602694	4.5	300	
3.96844619	1.89	200	24
3.725346009	3.02	300	
5.221976086	1.33	200	25
5.3700218	1.94	300	
4.417561375	1.53	200	26
4.629362263	2.19	300	
5.492788998	1.3	200	27
5.697307737	1.88	300	
2.794586048	2.73	200	28
2.81175181	4.07	300	
2.919997152	2.71	200	29
2.945356928	4.03	300	
3.263716226	2.67	200	30
3.082994204	2.4	200	31
3.322987765	3.34	300	
3.008068957	2.7	200	32
3.296987345	2.04	200	33
3.60313617	2.8	300	
2.593115538	2.84	200	34
2.869265504	3.85	300	
2.60318615	2.79	200	35
2.968483389	3.67	300	
3.129339514	2.34	200	36
3.218749214	4.55	400	
2.885573485	2.5	200	37
2.997832754	3.77	300	
2.369942025	3.32	200	38
2.66417862	4.43	300	
2.721510547	2.7	200	39
2.667179121	5.51	400	
3.130184368	2.3	200	40
2.758400018	5.22	400	

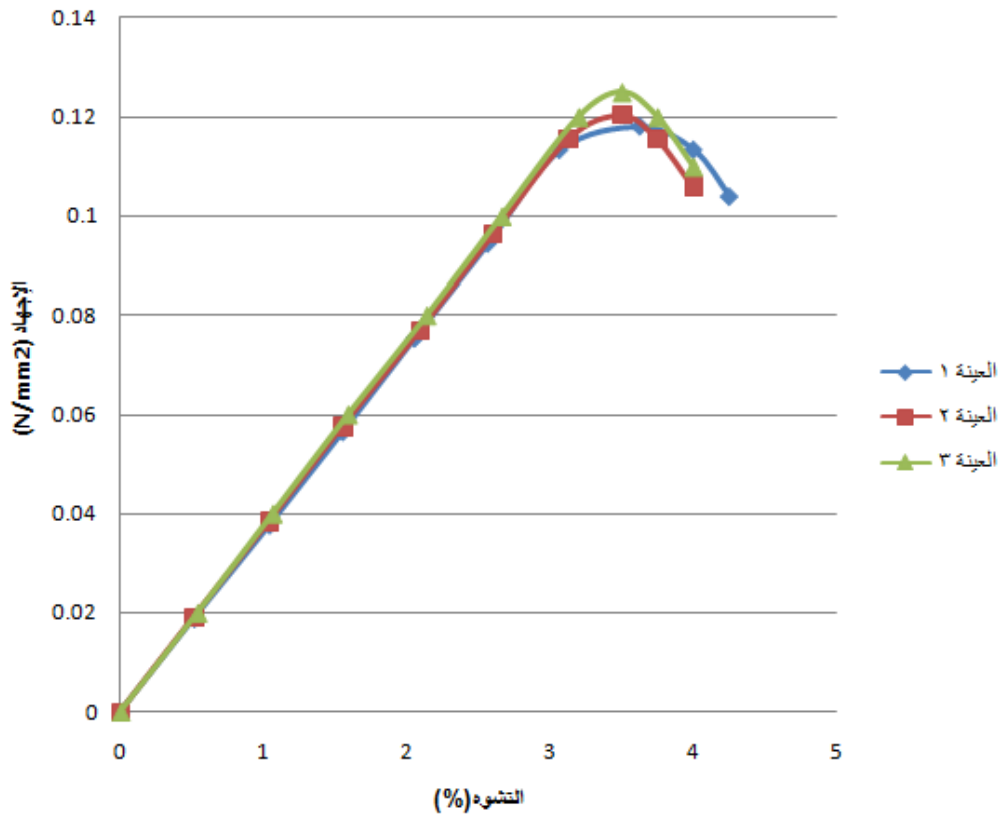
معامل مرونة النواة	السهام	القوة	العيينة
N/mm2	mm	N	
3.787786963	1.66	200	1
4.229412349	2.23	300	
5.415558846	1.32	200	2
4.941385491	2.17	300	
7.256376677	0.89	200	3
6.016933456	1.61	300	
4.671880953	1.58	200	4
5.149933888	2.15	300	
4.491828746	1.62	200	5
4.455160756	2.45	300	
3.753351156	1.89	200	6
4.140369855	2.57	300	
3.432331793	2.02	200	7
3.795607786	2.74	300	
4.001221173	1.64	200	8
4.474092766	2.2	300	
3.126071656	2.32	200	9
3.420984077	3.18	300	
6.762810157	1.17	200	10
6.860538628	1.73	300	
2.38920966	3.07	200	11
2.444957886	4.5	300	
2.686120897	2.35	200	12
2.776708552	3.41	300	
3.066487584	2.44	200	13
2.574161596	4.36	300	
3.078619337	2.33	200	14
4.139552597	1.92	200	15
4.111003959	2.9	300	
3.103366144	1.99	200	16
3.037228832	3.05	300	
3.197789816	2.17	200	17
3.401570539	3.06	300	
4.19898838	1.68	200	18
4.381553092	3.22	400	
7.978992907	1.07	200	19
6.601177122	1.94	300	
2.824826838	2.69	200	20
2.871077152	3.97	300	

الجدول (3-12) نتائج التجارب على العينات بأبعاد 8.1×10×10سم									
معامل مرونة النواة	التشوه	الإجهاد	السهم	القوة	ارتفاع النواة	الأبعاد			العينه
						الارتفاع	العرض	الطول	
N/mm2	%	N/mm2	mm	N	mm	mm	mm	mm	
0	0	0	0	0	80	81	106	100	1
3.681546249	0.5125	0.018867925	0.41	200	80	81	106	100	
3.637190271	1.0375	0.037735849	0.83	400	80	81	106	100	
3.65185636	1.55	0.056603774	1.24	600	80	81	106	100	
3.681546249	2.05	0.075471698	1.64	800	80	81	106	100	
3.681546249	2.5625	0.094339623	2.05	1000	80	81	106	100	
3.696572969	3.0625	0.113207547	2.45	1200	80	81	106	100	
0	0	0	0	0	80	81	104	100	2
3.752345216	0.5125	0.019230769	0.41	200	80	81	104	100	
3.707136237	1.0375	0.038461538	0.83	400	80	81	104	100	
3.722084367	1.55	0.057692308	1.24	600	80	81	104	100	
3.684937817	2.0875	0.076923077	1.67	800	80	81	104	100	
3.698224852	2.6	0.096153846	2.08	1000	80	81	104	100	
3.692307692	3.125	0.115384615	2.5	1200	80	81	104	100	
0	0	0	0	0	80	81	100	100	3
3.720930233	0.5375	0.02	0.43	200	80	81	100	100	
3.764705882	1.0625	0.04	0.85	400	80	81	100	100	
3.779527559	1.5875	0.06	1.27	600	80	81	100	100	
3.742690058	2.1375	0.08	1.71	800	80	81	100	100	
3.755868545	2.6625	0.1	2.13	1000	80	81	100	100	
3.75	3.2	0.12	2.56	1200	80	81	100	100	

في الشكل (3-24) يتم تمثيل العلاقة بين الحمولة والانتقال، وفي الشكل (3-25) يتم توضيح العلاقة بين التشوه والاجهادات لنتائج العينات الثلاث بأبعاد 8.1×10×10 سم.



الشكل (3-24) العلاقة بين الحمولة والسهم ( نيوتن - ملم )



الشكل (3-25) العلاقة بين الإجهاد والتشوه

نلاحظ من النتائج الجدولية للعينات المختبرة أو المخططات البيانية أن حمولة أو إجهاد الذروة قد تكوّن في هذه العينات المحلية عند قيمة تشوه أقل بكثير من 10%.

يمكن أن نستنتج أيضاً من نتائج التجارب والمخطط البياني للإجهاد التشوه أن معامل مرونة النواة المثالي

$$E_c = 3.71064 \approx 3.71 N / mm^2 \text{ هو}$$

وبذلك ينتج معامل التمدد العرضي لبواسون بحسب العلاقة (3-6)، حيث إن  $G_c = 1.75 Mpa$ ، إلى:

$$\nu_c = 0.059 \approx 0.06$$

نشير هنا إلى أن قيم معاملات المرونة هذه ترتبط ارتباطاً مباشراً بكثافة مادة النواة؛ إذ تبين لنا أن كثافة هذه النواة هي حوالي 35 Kg/m<sup>3</sup>.

3-5- حساب قيمة المعامل  $\alpha$  لعلاقة إجهاد التجعيد الحرج:

لقد وجدنا بحسب العلاقة (2-74) أن:

$$\sigma_{wr} = \alpha \sqrt[3]{E_c G_c E_f}$$

ينتج من ذلك صيغة المعامل  $\alpha$  إلى:

$$\alpha = \frac{\sigma_{wr}}{\sqrt[3]{E_c G_c E_f}} \quad (7-3)$$

يبين الجدول (3-13) نتائج حساب قيمة المعامل  $\alpha$  للعينات السبع المجربة على الانعطاف المبينة في الفقرة (3-2)، حيث تم اختيار قيم تقريبية لإجهاد التجعيد الحرج بخطأ لا يتجاوز 1 Mpa، وذلك بسبب عدم قدرتنا على التحديد الدقيق للحظة حصول التجعيد.

الجدول (3-13) قيم المعامل $\alpha$ للعينات المجربة على الانعطاف						
تقييم النتائج	قيمة المعامل $\alpha$	معامل القص العرضاني للنواة	معامل مرونة النواة	معامل مرونة طبقات التغطية	إجهاد التجعيد الحرج	العينة
		N/mm2	N/mm2	N/mm2	N/mm2	
	0.9108446	1.75	3.71	210000	101	1
	0.9108446	1.75	3.71	210000	101	2
	0.91986287	1.75	3.71	210000	102	3
	0.90182634	1.75	3.71	210000	100	4
	0.92888113	1.75	3.71	210000	103	5
شاذة	0.85673502	1.75	3.71	210000	95	6
	0.93789939	1.75	3.71	210000	104	7

بموجب هذه النتائج المبينة في الجدول (3-13)، يمكننا قبول القيمة التجريبية المناسبة للمعامل  $\alpha$  وفق

$$\alpha = 0.91 \text{ الآتي:}$$

# الفصل الرَّابِع

النّتايج والتوصيات:

Conclusion

## 4-1- النتائج:

- 1- تتحمل طبقتي التغطية في العناصر السندويشية بنواة من مادة البوليوريثان إجهادات الانعطاف المتكوّنة نتيجة التحميل العرضي، بينما تتحمل النواة إجهادات القص مباشرة.
- 2- تتوقف نهاية السلوك المرن وانهيار هذا النوع من العناصر السندويشية على إجهاد الضغط لطبقة التغطية العلوية المتمثل بإجهاد التجعيد الحرج  $\sigma_{wr}$  المؤدي إلى تكوّن أمواج التجعيد في هذه الطبقة المضغوطة وانفصالها عن النواة.
- 3- بينت النتائج التجريبية أن العلاقة تبقى خطية بين القوى المطبقة على العينة النظامية أو شبه النظامية والسهم المرافقة لها إلى أن يتكوّن على الأقل إجهاد التجعيد على طبقة التغطية العلوية المضغوطة. الأمر الذي يسمح بحساب الانتقالات في مثل هذه العناصر بموجب العلاقات المعروفة للخط المرن للعناصر الطولية.
- 4- ترتبط قيمة إجهاد التجعيد الحرج  $\sigma_{cr}$  بالخصائص الميكانيكية والفيزيائية لمواد العنصر السندويشي وطبيعة التحميل المؤثر عليها؛ إذ يقبل عموماً الصيغة  $\sigma_{wr} = \alpha \sqrt[3]{E_c G_c E_f}$ .
- 5- تتأثر قيمة المعامل  $\alpha$  وبالتالي إجهاد التجعيد بجودة إنتاج العنصر السندويشي وتلاصق نواته مع طبقتي التغطية وكثافة هذه النواة وطبيعة التحميل، والتشوهات، أو الإجهادات الموضعية التي تحدثها القوى المركزة المنقولة إلى العنصر؛ إذ ازداد وضوح تكوّن تجعيد طبقة التغطية العلوية المضغوطة وقيمة إجهاد التجعيد كلما قلت سرعة إحداث التشوهات الموضعية في أماكن تطبيق القوى المركزة على العينات المجربة.
- 6- ارتبطت قيمة المعامل  $\alpha$  بالمنتج المحلي المختبر؛ إذ قبلت أغلب المصادر العالمية القيمة  $\alpha \approx 1$ ، بينما أظهرت تجاربنا على منتجاتنا المحلية من مثل هذه العناصر السندويشية أنه يقبل القيمة  $\alpha \approx 0.91$ .
- 7- بحسب النتائج المخبرية التي توصلنا إليها يمكن أن يقبل معاملات المرونة لمادة الفوم في العناصر السندويشية المنتجة محلياً القيم الآتية:

$$E_c = 3.71 \text{ Mpa} \quad G_c = 1.75 \text{ Mpa} \quad \nu = 0.06$$

وبذلك يكون إجهاد التجعيد الحرج:

$$\sigma_{wr} = 0.91(3.71 \times 1.75 \times 210000)^{(1/3)} \approx 100 \text{ Mpa}$$

## 4-2- التوصيات:

- 1- ننصح الجهات المنتجة محلياً للعناصر السندويشية بنواة من البوليوريثان بالتقليل ما أمكن من وجود العيوب في مادة النواة وزيادة كثافتها وتحسين تماسكها مع طبقتي التغطية.
- 2- لاحظنا من العينات المختبرة أنها لم تشتمل الأبعاد الكاملة لعرض المنتج المحتوي على جوانب إغلاق معدنية صفائية كعناصر تقوية يمكن أن تؤدي إلى تحسين قيمة المعامل  $\alpha$  المستنتج.
- لذلك أهمل في هذا البحث تأثير مثل هذه الجوانب على تحسين قيمة المعامل  $\alpha$  لزيادة عامل الأمان في صيغة الإجهاد الحرج، علماً أنه يمكن مستقبلاً التعرف بدقة على الدور الذي تلعبه جوانب التقوية هذه عند توفر إمكانية تجريب العينات بعرضها الكامل.
- 3- إن السلوك الإنشائي لهذا النوع من العناصر السندويشية، وتكوّن إجهاد التجعيد فيها مرتبطان إلى حد كبير بنظام التحميل المؤثر وزمن تأثيره؛ لذلك ينصح بإجراء أبحاث لاحقة لانتهيار مثل هذه العناصر بإخضاعها لنظم تحميل أخرى من الحمولات الموزعة، ولمدة أطول زمنياً من نظام التحميل التجريبي المعتمد في هذا البحث.



# Reference

- [1] Pokharel Nayrayan: Behaviour and design of sandwich panel subject to local buckling and flexural wrinkling effects, School of civil engineering Queensland university of technology, 2003
- [2] Zenkert, D. : An introduction to sandwich construction, Engineering Materials Advisory Services Ltd, Solihull, UK, 1995
- [3] Plantema, F.J.: Sandwich construction. New York: John Wiley & Sons Inc, 1966
- [4] Allen, H.G.: Analysis and design of structural sandwich panels, Oxford, Pergamon Press, 1969
- [5] Stamm, K. m Witte, H.: Sandwichkonstruktionen, Springer-Verlag, German, 1974
- [6] Frostig, Y. m Baruch, M., Vilnay, O.: Bending of Sandwich Beams With Transversely Flexible Core , AIAA J., 28(11), PP .523-531, 1990
- [7] Frostig, Y. m Baruch, M., Vilnay, O., Sheinman , I.: Bending of Nonsymmetric Sandwich Beam With Flexible Core – Bending Behavior, Journal of Engineering Mechanics , Vol. 117 , No.9, pp.1931-1952, 1991
- [8] Thomsen, O.T.: Flexural Response of sandwich panels Subjected to Concentrated Load, Special Report No. 7 , Institute of Mechanical Engineering , Aalborg University , Denmark , May 1991
- [9] Thomsen, O.T.: Analysis of Local Bending Effects in Sandwich Panels Subjected to Concentrated Loads, Sandwich Construction 2 ( Eds. : K.-A. Olssen and D. Weissman-Berman) , Second International Conference on sandwich Construction m University of Florida , Gaines ville , U.S.A. m9-12 March, 1992
- [10] Thomsen, O.T. , : Further Remarks on Local Bending Analysis Using a Two-Parameter Elastic Foundation Model, Report No. 40, Institute of Mechanical Engineering, Aalborg University, Denmark, March 1992
- [11] Thomsen, O.T. , : Localised Loads, Chapter 12 of the book of D. Zenkert 'An Introduction to Sandwich Construction', EMAS Publishing, 1995
- [12] Thomsen, O.T. , : Theoretical and Experimental Investigation of Local Bending Effects in Sandwich Plates, Composite Structures 30, pp. 85-101, 1995
- [13] Meyer-Piening, H.-R.: Remarks on Higher Order Sandwich Stress and Deflection Analyses, in Sandwich Construction - 1. Proc. First Int. Conf. on Sandwich Construction, Royal Institute of Technology Stockholm, Sweden, 19-21 June, Eds. K.-A. Olssen and R.P. Reichard, pp. 107-127, 1989
- [14] Frostig, Y., Baruch, M., Vilnay, O., Sheinman, I.: High-Order Theory for Sandwich- Beam Behaviour with Transversely Flexible Core, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 118, No. 5, pp. 1026-1043, 1992

- [15] Frostig, Y.,: Behavior of Delaminated Sandwich Beams with Transversely Flexible Core High-Order Theory', Composite structures, 20, pp. 1-16, 1992
- [16] Frostig, Y., Baruch, M.,: High-Order Buckling Analysis of Sandwich Beams with Transversely Flexible Core, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 119, No. 3, pp. 476-495,1993
- [17] Frostig, Y.,: High-Order Behaviour of Sandwich Beams with Flexible Core and Transverse Diaphragms', Journal of Engineering Mechanics, Vol. 119, No. 5, pp. 955-972,1993
- [18] Frostig, Y., Shenhar, Y.,: High-Order bending of Sandwich Beams with a Transversely Flexible Core and Unsymmetrical Laminated Composite Skins', Composite Engineering, Vol. 5, No. 4, pp. 405-414, 1995
- [19] Frostig Y.,: On Stress Concentration in the Bending of Sandwich Beams with Transversely Flexible Core', Composite Structures 24, pp. 161-169, 1993
- [20] Thomsen, O.T., Frostig, Y.,: Localized Bending Effects in Sandwich Panels, Photoelastic Investigation Versus High-Order Sandwich Theory Results, Composite Structures, 1990
- [21] Frostig, Y., Baruch, M.,: Localized Load Effects in High-Order Bending of Sandwich Panels with Transversely Flexible Core, J. ASCE, EM Div, 122 (11), pp.1069-1076, 1996
- [22] Frostig, Y.,: Buckling of Sandwich Panels with a Flexible Core - High-Order Theory, International Journal Solids Structures, Vol. 35, Nos. 3-4, pp. 183-204, 1998
- [23] Thomsen, O.T., Rits, W.,: Analysis and Design of Sandwich Plates with Inserts – A Higher-Order Sandwich Plate Theory Approach, Report No. 69, Institute of Mechanical Engineering, Aalborg University, Denmark, June 1996
- [24] Thomsen, O.T.,: Sandwich Plates with "Through-The-Thickness" and "Fully Potted" Inserts: Evaluation of Differences in Structural Performance", Report No. 83, Institute of Mechanical Engineering, Aalborg University, Denmark, April 1997
- [25] Thomsen, O.T.,: Analysis of Sandwich Plates with Through-the-Thickness Inserts Using a Higher-Order Sandwich Plate Theory', ESA-ESTEC Report EWP-1807, Noordwijk , The Netherlands, 1994
- [26] Thomsen, O.T.,: Analysis of Sandwich Plates with Fully Potted Inserts Using a Higher - Order Sandwich Plate Theory', ESA-ESTEC Report EWP-1827, Noordwijk, The Netherlands, 1995
- [27] Noor, A.K., Burton, W.S., Bert, C.W.,: Computational Models for Sandwich Panels and Shells', Appl. Mech. Rev, 49 (3), pp. 155-199, 1996
- [28] Burton, W.S., Noor, A.K.: Assessment of Computational Models for Sandwich Panels and Shells', Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 124, pp. 125-151,1995
- [29] شيخ علي، غسان: حساب العناصر السندويشية بطريقة العناصر المنتهية، مجلة أبحاث جامعة سرت، ليبيا، 1988
- [30] Hakmi, M.R. : Local Buckling of sandwich panel, PhD Thesis, Department of Civil Engineering, University of Salford,UK,1988

- [31] Fairbairn,W.: An Account of Construction of the Britannia and Conway Tubular Bridges, John Weale et al,1849
- [32] Chong,K.p. and Hartsock, J.A.: Structural Analysis and Design of Sandwich Panels With Cold-Formed Steel Facings, Thin-Walled , Vol.16, pp.199-218, 1993
- [33] Chong,K.p. and Hartsock, J.A.: Flexural Wrinkling in Foam-Filled Sandwich Panels, Journal of Engineering Mechanics Division, Proceeding of the American Society of Civil Engineers , Vol.100 , No.EMI,PP.95-110,1974
- [34] Chong,K.p. , Engen, K.O. and Hartsock, J.A. : Thermal stresses and Deflection of Sandwich Panels, Journal of the Structural Division , Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol.103, NO. ST1 , pp.35-49,1977
- [35] شيخ علي، غسان: مراعاة تأثير الحرارة عند حساب العناصر السندويشية ذات طبقات التغطية المعدنية المستوية أو شبه المستوية ومادة الPUR كنواة بطريقة حالات الحدود، أطروحة دكتوراه، جامعة دريسدن التقنية، ألمانيا، 1991
- [36] Gough, G.S.,Elam C.F. and Debruyne,N.A.: The Stabilization of a thin Sheet by a Continuous Supporting Medium, Journal of Royal Aeronautical Soc.,Vol.44, pp. 12-43 , 1940
- [37] Williams, D., Leggett, D.M. and Hopkins, H.G. : Aeronautical Research Committee Report No.1987, 1941
- [38] Leggett,D.M. and Hopkins, H.G.: Sandwich Panels Cylinders under Compressive End Loads, Aeronautical Research Council Reports and Memoranda No.2262., 1942
- [39] Hopkins, H.G. and Pearson, S.: The Behavior of flat Sandwich Panels under Uniform Transverse Loading, RAE Report SME 3277, March 1944
- [40] Reissner,E.: Finite Deflection of Sandwich plates, Journal of Aeronautical Sci,1948
- [41] Bijlaard, P.P.: Analysis of Elastic and plastic stability of sandwich plates by method of split rigidities, part I, ii and iii , Journal of Aeronautical Society,1951
- [42] Hoff, N.J. and Mautner, S.F. : Bending and Buckling of sandwich Beams, Journal of Aeronautical Society,Dec.1948
- [43] Hoff, N.J. and Mautner, S.F.: The Buckling of sandwich –Type panels, Journal of Aeronautical Society,12(3),285-297, 1945
- [44] Nardo, S.V.: An Exact Solution for the Buckling Load of Flat Sandwich Panels with Loaded Edges Clamped, Journal of Aeronautical Sci.,pp.603.1953
- [45] Kan, H.P. and Huang, J.C.: large Deflection of Rectangular Sandwich Plates, AIAA journal , Vol.5,No.9. , 1967

- [46] Kao, J.S., Guzman-Barron, L. and Hartman, A.J.: Large Deflection of Rectangular Sandwich Plates, Proceedings of the 4<sup>th</sup> Canadian Congress of Applied Mechanics, Montreal, 1973
- [47] Fagerberg, L.: Wrinkling of sandwich panel for marine application. PhD thesis, ISSN 1651-7660, KTH Aeronautical and Vehicle Engineering, Stockholm, Sweden, 2003
- [48] Ley, R.P., Lin, W., and Mbanefo, U.: Face sheet wrinkling in sandwich structure. NASA: Langley Research Center, 1999
- [49] Sullins, R.T. Smith, G.W., and Spier, E.E.: Manual for structural stability analysis of sandwich plates and shells. NASA-Contractor Report No. 1467, 1969
- [50] Sakkour, Akram: Mechanics of Materials 2, Tishreen University, 2011
- [51] Timoshenko, S.P. and Gere, J. 1995m.: Theory of Elastic Stability, McGraw Hill, 2<sup>nd</sup> Edition, 1961
- [52] Ericksen, W.S.: Effects of Shear Deformation in the Core of a Flat Rectangular Sandwich Panel, U.S. Forest Products Laboratory, Report No. 1583-C, December, 1950
- [53] Davies, J.M., Hakmi, M.R. and Hassinen, P.: Face Buckling Stress in Sandwich Panels, Nordic Conference Steel Colloquium, pp.99-110, 1991
- [54] Davies, J.M. and Hakmi, M.R.: Local Buckling of Profiled Sandwich Plates, Proc. IABSE Symposium in Mixed Structure including New Materials, Brussels, September, pp. 533-538, 1990
- [55] Mahendran, M. and Jeevahan, M.: Local Buckling Behaviour of steel Plate Elements Supported by a Plastic Material, Structural Engineering and Mechanics, Vol.7, No. 5, pp. 433-445, 1999
- [56] Chong, K.P.: Sandwich Panels With Cold-Formed Thin Facings, Keynote Paper, IABSE Colloquium, Stockholm, Sweden, pp. 339-48, 1986
- [57] Davies, J.M.: Sandwich panels, Thin-Walled Structure, Vol.16, pp. 179-198, 1993
- [58] Hartsock, J.A. and Chong, K.P.: Analysis of Sandwich Panels With Formed Faces, J. Struct. Div. ASCE, Vol. 102, No. ST4, pp. 803-819, April, 1976
- [59] Harris, B.J.: Face – Wrinkling Mode of Buckling of sandwich panels, J. Eng. Mech. Div., ASCE, No. 91, No. EM3, pp.93-111, June, 1965
- [60] Yusuff, S.: Theory of Wrinkling in sandwich Construction, J. of the Royal Aeronautical Society, Vol. 59, pp. 30-36, January, 1955
- [61] Yusuff, S.: Face Wrinkling and Core strength in sandwich Construction, J. of Royal Aeronautical Society in Vol.64, pp. 164-167, March, 1960
- [62] Wilhelm Ernst, Sohn Verlag: Tragfähigkeitsermittlung von Sandwichelementen mit ebenen und schwach profilierten Deckschichten, Architektur und technische Wissenschaften, Berlin, 1989
- [63] Sakkour, Akram: Mechanics of Materials 1, Tishreen University, 2011

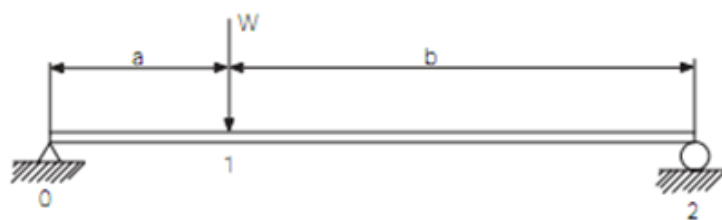
- [64] Sheikh Ali, Ghasan: Zur Ermittlung von mechanische kenngRÖBen /aktuellen/ schaumstoff systemen in leichten mehrschichtelementen, Cottbus, 1990

# الملحق

ملحق بالقوى الداخليّة، والانتقالات للجيزان وحيدة الفتحة من العناصر

السندويشيّة.

- حالة استناد بسيط مع قوّة مركّزة:



$$Q(x)^{0-1} = \frac{Wb}{L} \quad M(x)^{0-1} = \frac{Wbx}{L} \quad M_{\max} = M_1 = \frac{Wab}{L}$$

$$Q(x)^{1-2} = -\frac{Wa}{L} \quad M(x)^{1-2} = \frac{Wa(L-x)}{L}$$

$$w_1(x)^{0-1} = \frac{WLbx}{6D} \left( 1 - \frac{b^2}{L^2} - \frac{x^2}{L^2} \right) \quad w_2(x)^{0-1} = \frac{Wbx}{LV}$$

$$w_1(x)^{1-2} = \frac{WLa(L-x)}{6D} \left( \frac{2x}{L} - \frac{a^2}{L^2} - \frac{x^2}{L^2} \right) \quad w_2(x)^{1-2} = \frac{Wa(L-x)}{LV}$$

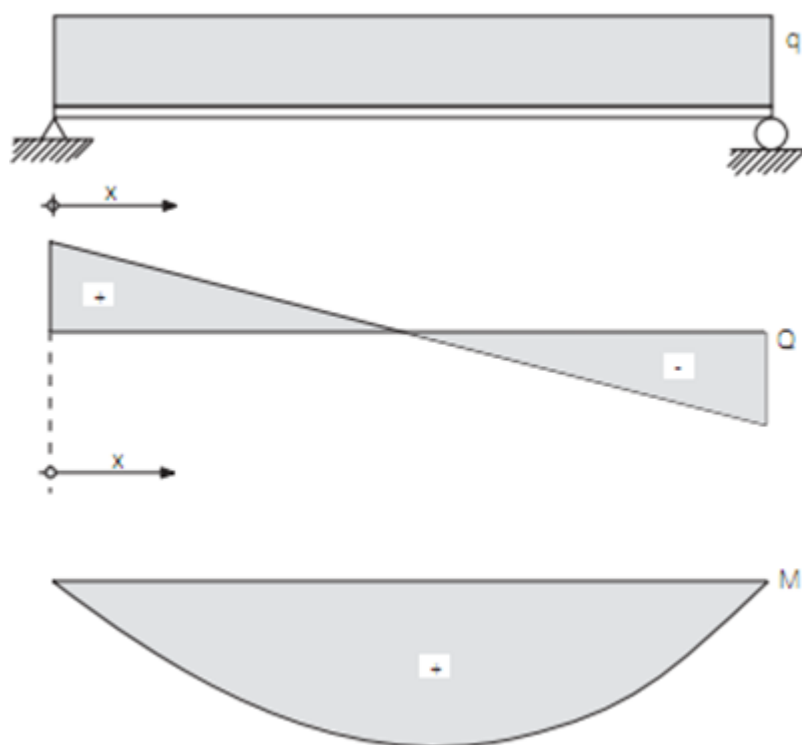
$$w_1(a) = \frac{Wa^2b^2}{3DL} \quad w_2(a) = \frac{Wba}{LV}$$

$$w_1(L/2) = \frac{Wa}{48D} (3L^2 - 4a^2) \quad w_2(L/2) = \frac{Wa}{2V}$$

$$D = E \frac{b t_c (d')^2}{2}$$

$$V = b.d.G_c$$

- حالة استناد بسيط مع حمولة موزعة بانتظام:



$$Q(x) = q \left( \frac{L}{2} - x \right)$$

$$M(x) = \frac{qLx}{2} - \frac{qx^2}{2}$$

$$M(L/2) = M_{\max} = \frac{qL^2}{8}$$

$$w_1(x) = \frac{qL^3x}{24D} \left( 1 - 2\frac{x^2}{L^2} + \frac{x^3}{L^3} \right)$$

$$w_2(x) = \frac{q}{2V} (Lx - x^2)$$

$$w_{1,\max} = \frac{5qL^4}{384D}$$

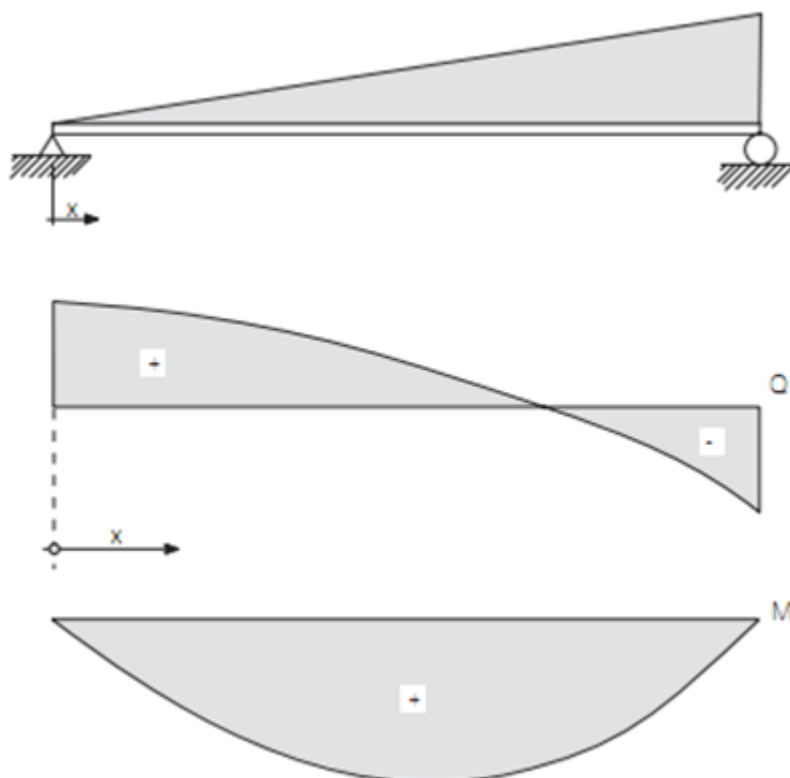
$$w_{2,\max} = \frac{qL^2}{8V}$$

$$D = E \frac{b t_c (d')^2}{2}$$

$$V = b.d.G_c$$



- حالة استناد بسيط مع حمولة موزعة مثلثية:



$$Q(x) = \frac{qL}{6} - \frac{qx^2}{2L}$$

$$M(x) = \frac{qLx}{6} \left( 1 - \frac{x^2}{L^2} \right)$$

$$M(1/2) = \frac{qL^2}{16}$$

$$M_{\max} = 0.064 qL^2 \text{ when } x = 0.577 L$$

$$w_1(x) = \frac{qL^3x}{360D} \left( 7 - 10 \frac{x^2}{L^2} + 3 \frac{x^4}{L^4} \right) \quad w_2(x) = \frac{qLx}{6V} \left( 1 - \frac{x^2}{L^2} \right)$$

$$w_1(1/2) = \frac{5qL^4}{768D}$$

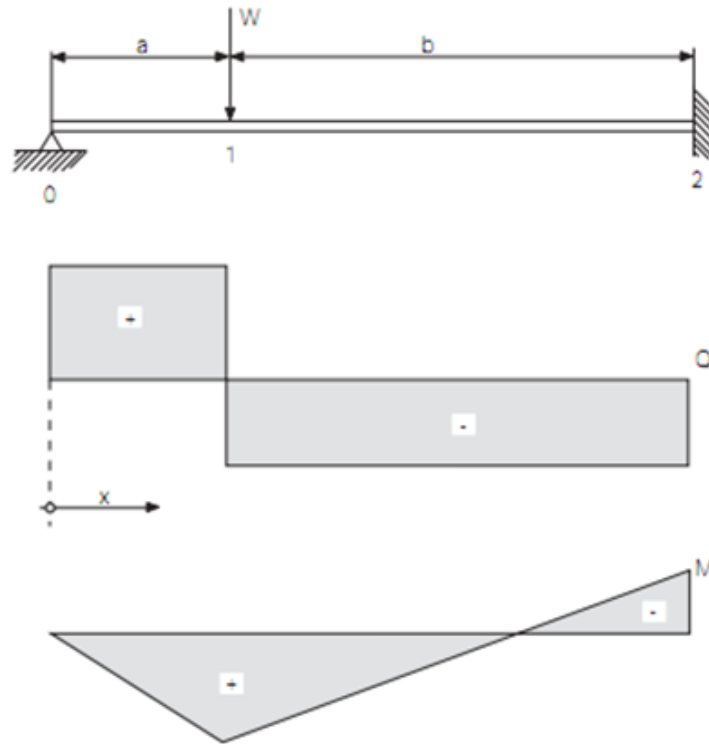
$$w_{2,\max} \text{ appears at } x = 0.577 L$$

$$w_{1,\max} = 0.00652 \frac{qL^4}{D} \text{ at } x = 0.519 L$$

$$D = E \frac{b t_c (d')^2}{2}$$

$$V = b.d.G_c$$

- حالة عنصر موثوق من جهة ومستند استناد بسيط من جهة أخرى مع حمولة مركزة:



$$Q(x)^{0-1} = \frac{Wb^2}{2L^2} \left( 3 - \frac{b}{L} \right)$$

$$M(a) = \frac{Wb^2a}{2L^2} \left( 2 + \frac{a}{L} \right)$$

$$Q(x)^{1-2} = - \frac{Wa}{2L} \left( 3 - \frac{a^2}{L^2} \right)$$

$$M(L) = - \frac{Wa}{2} \left( 1 - \frac{a^2}{L^2} \right)$$

$$w_1(x)^{0-1} = \frac{Wb^2x}{12D} \left[ 3 \frac{a}{L} - \left( 2 + \frac{a}{L} \right) \frac{x^2}{L^2} \right]$$

$$w_2(x)^{0-1} = \frac{Wb^2x}{2L^2V} \left( 3 - \frac{b}{L} \right)$$

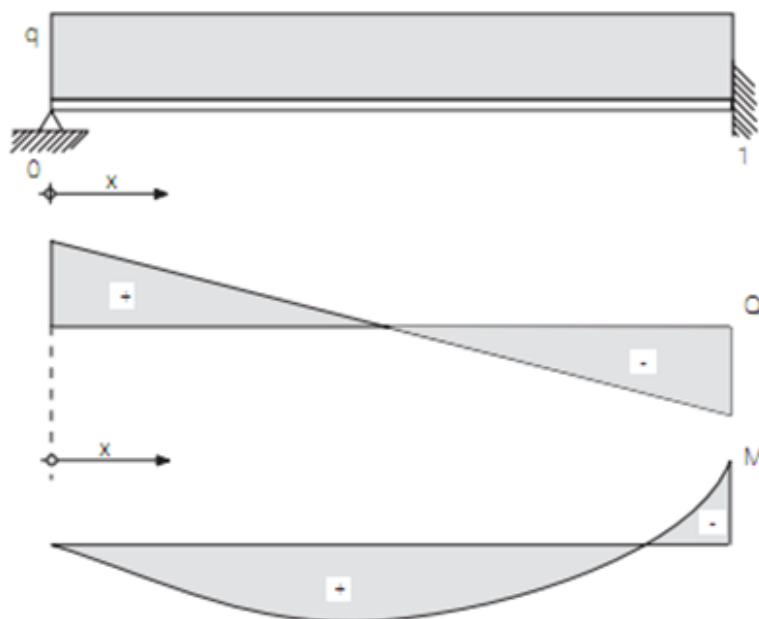
$$w_1(x)^{1-2} = \frac{Wa(L-x)^2}{12D} \left[ 3 \left( 1 - \frac{a^2}{L^2} \right) - \left( 3 - \frac{a^2}{L^2} \right) \left( 1 - \frac{x}{L} \right) \right]$$

$$w_{2,max} = w_2(a)$$

$$D = E \frac{b t_c (d')^2}{2}$$

$$V = b.d.G_c$$

- حالة عنصر موثوق من جهة، ومستند استناداً بسيطاً من جهة أخرى، مع حمولة موزعة بانتظام:



$$Q(x) = \frac{3qL}{8} - qx$$

$$M(x) = \frac{gLx}{2} \left( \frac{3}{4} - \frac{x}{L} \right)$$

$$+M_{\max} = \frac{9}{128} qL^2 \text{ at } x = 0.375 L$$

$$-M_{\max} = M(L) = -\frac{qL^2}{8}$$

$$w_1(x) = \frac{qL^3x}{48D} \left( 1 - 3\frac{x^2}{L^2} + 2\frac{x^3}{L^3} \right)$$

$$w_2(x) = \frac{3qLx}{8V} - \frac{qx^2}{2V}$$

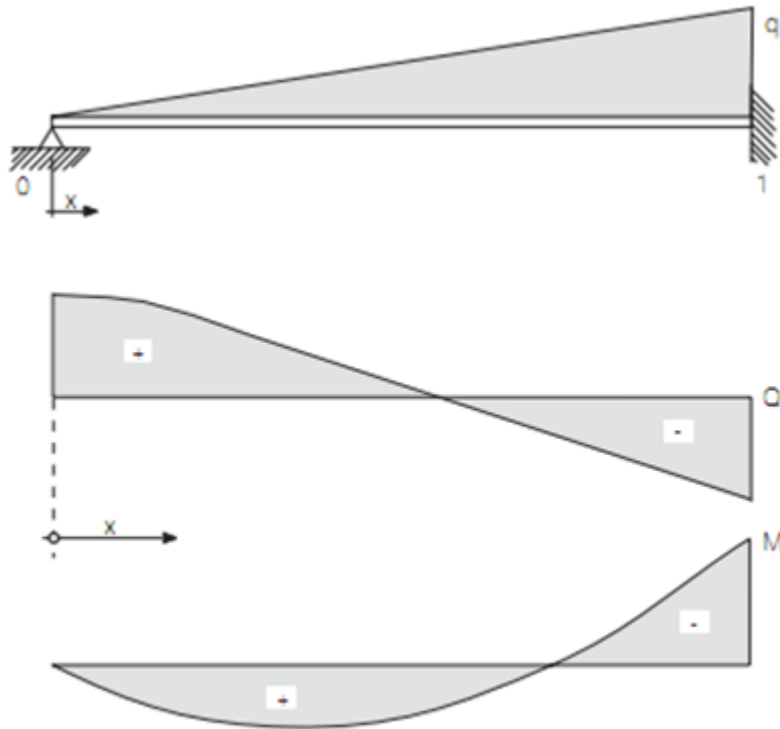
$$w_{1,\max} = \frac{qL^4}{185D} \text{ at } x = 0.42 L$$

$$w_1(L/2) = \frac{qL^4}{192D}$$

$$D = E \frac{b t_c (d')^2}{2}$$

$$V = b.d.G_c$$

- حالة عنصر موثوق من جهة، ومستند استناداً بسيطاً من جهة أخرى، مع حمولة موزعة مثلثية:



$$Q(x) = \frac{qL}{2} \left( \frac{1}{5} - \frac{x^2}{L^2} \right) \quad M(x) = \frac{qLx}{2} \left( \frac{1}{5} - \frac{x^2}{3L^2} \right)$$

$$+M_{\max} = 0.0298 qL^2 \text{ at } x = 0.447 L$$

$$-M_{\max} = M(L) = -\frac{qL^2}{15}$$

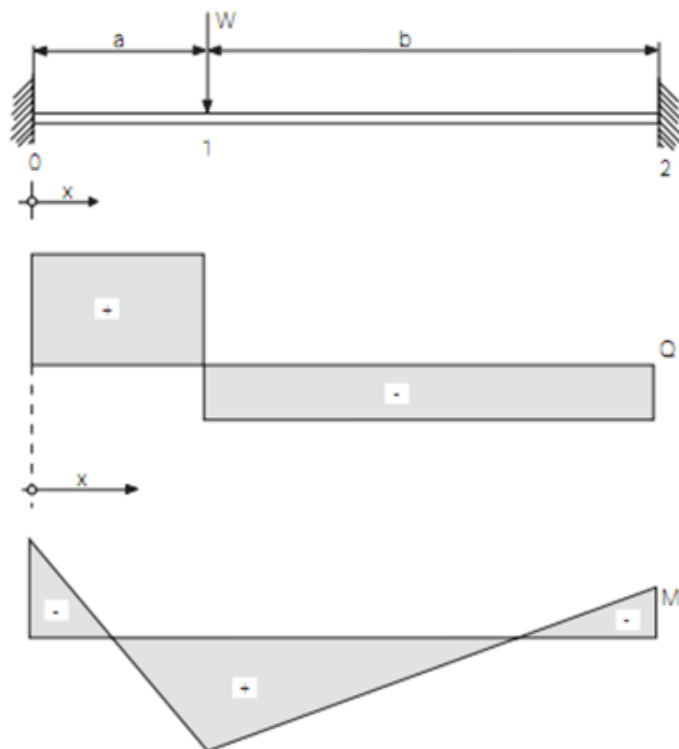
$$w_1(x) = \frac{qL^3 x}{120D} \left( 1 - \frac{2x^2}{L^2} + \frac{x^4}{L^4} \right) \quad w_2(x) = \frac{qL}{2V} \left( \frac{x}{5} + \frac{x^3}{3L^2} \right)$$

$$w_{1,\max} \text{ at } x = 0.447 L$$

$$D = E \frac{b t_c (d')^2}{2}$$

$$V = b.d.G_c$$

- حالة عنصر موثوق من جهتين مع حمولة مركزة:



$$Q(x)^{0-1} = \frac{Wb^2}{L^2} \left(1 + \frac{2a}{L}\right) \quad M(x)^{0-1} = -\frac{Wab^2}{L^2} + \frac{Wb^2x}{L^2} \left(1 + \frac{2a}{L}\right)$$

$$Q(x)^{1-2} = -\frac{Wa^2}{L^2} \left(1 + \frac{2b}{L}\right)$$

$$M(x)^{1-2} = -\frac{Wab^2}{L^2} + \frac{Wb^2x}{L^2} \left(1 + \frac{2a}{L}\right) - W(x-a)$$

$$w_1(x)^{0-1} = \frac{Wax^2}{6D} \left[ 3 - 6\frac{a}{L} + 3\frac{a^2}{L^2} - \frac{x}{a} \left( 1 - 3\frac{a^2}{L^2} + 2\frac{a^3}{L^3} \right) \right]$$

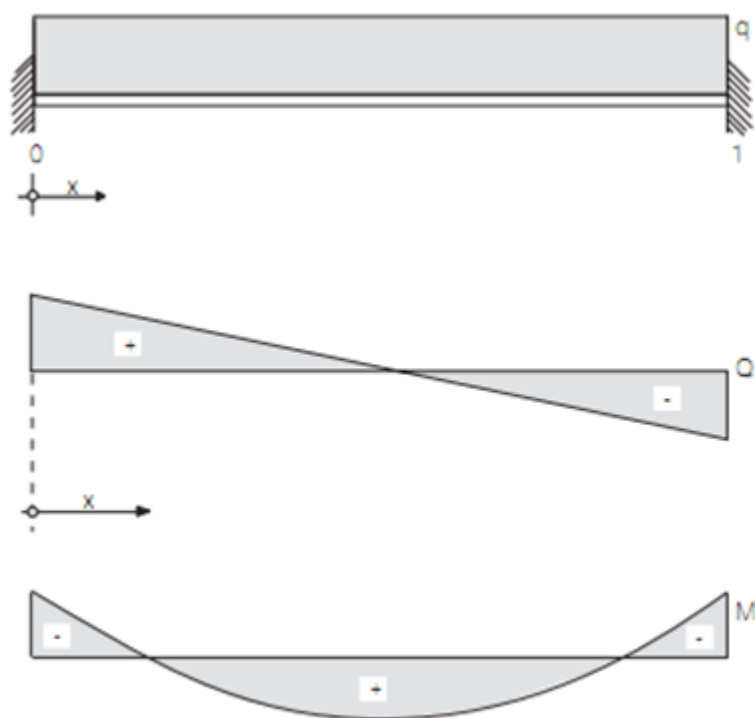
$$w_1(L/2) = \frac{Wa^2L}{48D} \left( 3 - \frac{4a}{L} \right) \quad \text{when } a \leq L/2$$

$$w_2(x)^{0-1} = \frac{Wb^2x}{VL^2} \left( 1 + \frac{2a}{L} \right)$$

$$D = E \frac{b t_c (d')^2}{2}$$

$$V = b.d.G_c$$

- حالة عنصر موثوق من جهتين مع حمولة موزعة بانتظام:



$$Q(x) = \frac{qL}{2} - qx$$

$$M(x) = \frac{q}{2} \left( Lx - x^2 - \frac{L^2}{6} \right)$$

$$M(0) = M(L) = -\frac{qL^2}{12}$$

$$M(L/2) = \frac{qL^2}{24}$$

$$M = 0 \text{ at } x = 0.21 L$$

$$w_1(x) = \frac{qL^2 x^2}{24D} \left( 1 - \frac{x}{L} \right)^2$$

$$w_2(x) = \frac{q(Lx - x^2)}{2V}$$

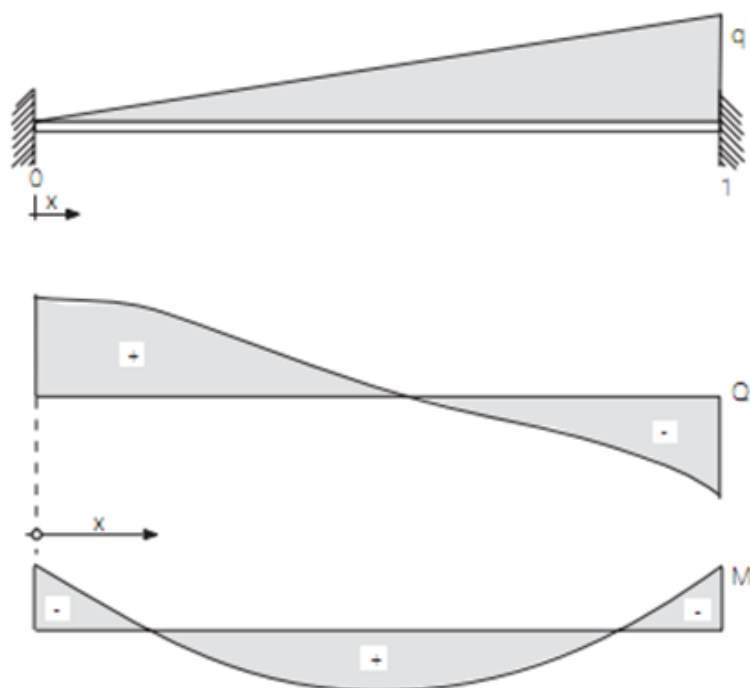
$$w_{1,max} = w_1(L/2) = \frac{qL^4}{384D}$$

$$w_2(L/2) = \frac{qL^2}{8V}$$

$$D = E \frac{b t_c (d')^2}{2}$$

$$V = b.d.G_c$$

- حالة عنصر موثوق من جهتين مع حمولة موزعة مثلثية:



$$Q(x) = \frac{qL}{20} \left( 3 - 10 \frac{x^2}{L^2} \right)$$

$$M(x) = - \frac{qL^2}{60} \left( -2 + 9 \frac{x}{L} - 10 \frac{x^3}{L^3} \right)$$

$$+M_{\max} = \frac{qL^2}{46.6} \text{ at } x = 0.548 L$$

$$-M_{\max} = M(L) = - \frac{qL^2}{20}$$

$$M = 0 \text{ at } x = 0.237 L \text{ and } 0.808 L$$

$$w_1(x) = \frac{qxL^3}{120D} \left( \frac{2x}{L} - \frac{3x^2}{L^2} + \frac{x^4}{L^4} \right)$$

$$w_2(x) = \frac{qL}{20V} \left( 3x - \frac{10}{3} \frac{x^3}{L^2} \right)$$

$$D = E \frac{b t_c (d')^2}{2}$$

$$V = b.d.G_c$$